٢٤/٥/٦٩٠

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة العربية السعودية
وزارة المعارف
إدارة التعليم بالعاصمة المقدسة
قسم الإشراف التربوي والتدريب
شعبة الرياضيات

وزارة المعارف
MINISTRY OF EDUCATION

الرقم : ١١٢١٢٧
التاريخ : ٩/٨/١٤١٩هـ
المرفقات : ١٨

(تعميم لجميع المدارس الثانوية)

الموضوع : نشرة علمية عن مجال بعض الدوال الحقيقية

المكرم مدير مدرسة / وفقه الله

السلام عليكم ورحمة الله وبركاته ...... وبعد :

انطلاقا من اهتمام شعبة الرياضيات بقسم الإشراف التربوي والتدريب بمتطلبات الميدان التربوي ، فإننا نرفق لكم نشرة علمية حول (مجال بعض الدوال الحقيقية) من إعداد المشرفين التربويين :

عمر بن نايف الأحمدي ، حازم بن محمد زكي داغستاني ، عبد العزيز بن بشير المغربي

نأمل تزويد معلمي الرياضيات بمدرستكم بنسخة منها للإطلاع عليها والاستفادة منها ، راجين أن يكون فيها ما يرتقي بمستوى العملية التعليمية .

وفقكم الله ولكم تحياتي ...

٨/١٦

مدير التعليم بالعاصمة المقدسة

د . عبد العزيز بن عبد الله خياط

٩/٨/١٤١٩هـ

صورة للإشراف التربوي والتدريب
صورة لوحدة الدراسات والبحوث
صورة للأرشيف

* تعريف الدالة الحقيقية :-

هناك مجموعة من التعاريف للدالة الحقيقية ونذكر منها :

١- الدالة د عبارة عن ثلاثة عناصر مجموعتين س ، ص وقاعدة د بحيث تعين $\forall$ س $\in$ س عنصر وحيد ص $\in$ ص .
وتسمى المجموعة س نطاق الدالة (مجال الدالة) .
وتسمى المجموعة ص النطاق المصاحب للدالة (المجال المقابل للدالة) .
وتسمى ص صورة س تحت تأثير الدالة د ويمكن الرمز لها بالرمز ص = د(س) .
ويقال أن الدالة حقيقية إذا كانت س ، ص مجموعات جزئية من ح.

٢- الدالة الحقيقية هي تطبيق كل من نطاقه (مجاله) ونطاقه المصاحب (مجاله المقابل) مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية ويرمز لها بالرمز : د : س $\longrightarrow$ ص (حيث س $\subset$ ح ، ص $\subset$ ح) .

* إشارة مقدار جبري :-

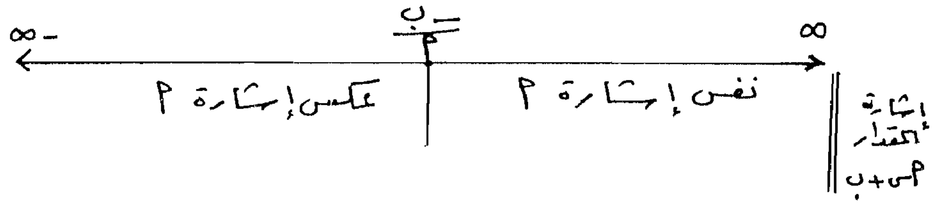
أ - إشارة مقدار من الدرجة الأولى أس + ب :-

لتحديد إشارة مقدار من الدرجة الأولى على الصورة أس + ب نتبع التالي :

نوجد جذر (صفر) المقدار « نوجد قيمة س التي تجعل المقدار = صفر »

$$\text{أس + ب = صفر} \Leftarrow \text{س} = \frac{-\text{ب}}{\text{أ}}$$

فتكون إشارة المقدار أس + ب هي نفس إشارة أ (أ = معامل س) عن يمين الجذر $\frac{-\text{ب}}{\text{أ}}$ وعكس إشارة أ عن يسار الجذر .



ب - إشارة مقدار من الدرجة الثانية $أس^2 + ب س + جـ$ ، $أ \neq 0$:-

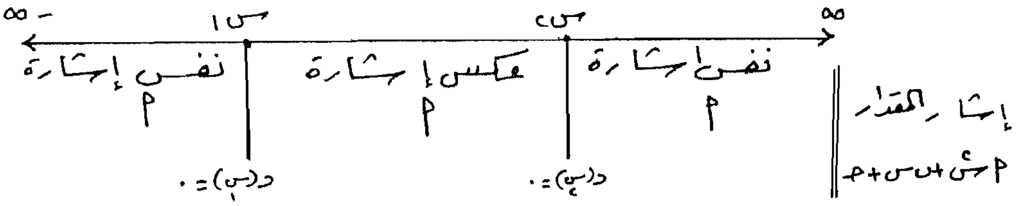
لتحديد إشارة مقدار من الدرجة الثانية على الصورة $أس^2 + ب س + جـ$

نتبع التالي :

أولاً :- نوجد المميز $\Delta = ب^2 - 4 أ جـ$ وهناك ثلاث حالات :

- $\Delta >$ صفر $\Leftarrow$ للمقدار جذران : $س_1 = \frac{-ب + \sqrt{\Delta}}{2أ}$ ، $س_2 = \frac{-ب - \sqrt{\Delta}}{2أ}$
- $\Delta =$ صفر $\Leftarrow$ للمقدار جذر واحد : $س = \frac{-ب}{2أ}$
- $\Delta <$ صفر $\Leftarrow$ المقدار ليس له جذور في ح

ثانياً :- ① في حالة $\Delta >$ صفر تكون إشارة المقدار نفس إشارة أ ماعدا بين جذري المقدار عكس إشارة أ .



② في حالة $\Delta =$ صفر تكون إشارة المقدار نفس إشارة أ ماعدا عند $س = \frac{-ب}{2أ}$ فإن المقدار يساوي صفراً .

③ في حالة $\Delta <$ صفر تكون إشارة المقدار نفس إشارة أ دائماً .

* مجال بعض الدوال الحقيقية :

① دالة كثيرة الحدود :-

تعريف : د : ح ← ح ، قاعدتها : $د(س) = أ_ن س^ن + أ_{ن-1} س^{ن-1} + \cdots + أ_1 س + أ_0$

حيث ن ∈ ك ، $أ_ن$ ، $أ_{ن-1}$ ، .... ، $أ_1$ ، $أ_0$ ∈ ح ، $أ_ن$ ∈ ح*

تسمى د(س) كثيرة حدود من الدرجة ن .

من التعريف السابق نلاحظ أن المتغير س لا يكون تحت الجذر أو في المقام .

مثال ① أوجد مجال الدوال التالية :

أ - $د(س) = س^٢ - ١$ د كثيرة حدود مجالها = ح

ب - $د(س) = ٣$ د كثيرة حدود مجالها = ح

جـ - $د(س) = ٣س^٤ + \frac{٢}{٥}س - \sqrt{١٧}$ د كثيرة حدود مجالها = ح

② <u>الدالة الكسرية الجبرية</u> :

تعريف : تعرف الدالة الكسرية كالتالي : $د(س) = \frac{ك(س)}{ل(س)}$ ، $ل(س) \neq ٠$

حيث كل من ك(س) ، ل(س) كثيرتي حدود .

(وليس من الضروري أن يكون لهما نفس الدرجة) .

مجال الدالة الكسرية = ح - { أصفار المقام } .

مثال ② : أوجد مجال الدوال التالية :

أ - $د(س) = \frac{س^٢ - ٤}{س - ٢}$ د معرفة بشرط أن $س - ٢ \neq ٠$

$\Leftarrow س \neq ٢$

∴ مجال د = ح - {٢}

ب - $د(س) = \frac{٥س^٣ + ٢س - ١}{س^٢ - ٤}$ الدالة معرفة بشرط أن $س^٢ - ٤ \neq ٠$

$\Leftarrow س^٢ \neq ٤$

$\Leftarrow |س| \neq ٢$

$\Leftarrow س \neq \pm ٢$

∴ مجال الدالة = ح - {٢ ، -٢}

جـ - $د(س) = \frac{س - ٣}{س^٢ + ٤}$ د معرفة بشرط أن : $س^٢ + ٤ \neq ٠$

$\Leftarrow س^٢ \neq -٤$

$\Leftarrow |س| \neq \sqrt{-٤} \notin ح$

∴ مجال د = ح

د - $د(س) = \dfrac{٥س - ١}{س^{٣} + س^{٢} - ٢س}$

د معرفة بشرط أن : $س^{٣} + س^{٢} - ٢س \neq ٠ \Leftarrow س(س^{٢} + س - ٢) \neq ٠$

$\Leftarrow س(س - ١)(س + ٢) \neq ٠$

$\Leftarrow س \neq ٠$ أو $س \neq ١$ أو $س \neq -٢$

$\therefore$ مجال $د = ح - \{٠ ، ١ ، -٢\}$

③ دالة المقياس (القيمة المطلقة) :

تعريفها : هي دالة قاعدتها على الصورة :

$$د(س) = |س| = \begin{cases} س & \text{اذا كانت } س \geq ٠ \\ -س & \text{اذا كانت } س \leq ٠ \end{cases}$$

ملاحظة : $$|ر(س)| = \begin{cases} ر(س) & \text{اذا كانت } ر(س) \geq ٠ \\ -ر(س) & \text{اذا كانت } ر(س) \leq ٠ \end{cases}$$

مثال ③ : عين مجال كل من الدوال التالية :

أ - $د(س) = |س^{٣} + ٢س - ١|$ مجال $د = ح$ لأنها مقياس كثيرة حدود .

« ملاحظة : دالة مقياس كثيرة حدود مجالها ح » .

ب - $د(س) = \dfrac{٥س + ١}{|س^{٢} - ١|}$

د معرفة بشرط أن : $س^{٢} - ١ \neq ٠ \Leftarrow س^{٢} \neq ١ \Leftarrow |س| \neq ١$

$\Leftarrow س \neq \pm ١$

$\therefore$ مجال $د = ح - \{١ ، -١\}$

جـ - $د(س) = \left|\dfrac{س - ٣}{س^{٣} + ١}\right|$ د معرفة بشرط أن $س^{٣} + ١ \neq ٠ \Leftarrow س^{٣} \neq -١$

$\Leftarrow س \neq -١$

$\therefore$ مجال $د = ح - \{-١\}$

④ الدوال الجذرية :

أ - الدالة الجذرية التي دليلها عدد فردي :

يمكن تعريفها على الشكل : $ر(س) = \sqrt[ن]{د(س)}$ حيث ن عدد فردي كلي أكبر من الواحد ، مجال ر(س) = مجال د(س) .

مثال ④ : عين مجال الدوال التالية :

أ - $د(س) = \sqrt[3]{س^{4} - 3س + 7}$

مجال د = مجال الدالة ($س^{4} - 3س + 7$) ويساوي ح

ب - $د(س) = \sqrt[5]{\frac{س^{2} + س - 1}{س^{2} - 5س + 6}}$

مجال د هو مجال $\frac{س^{2} + س - 1}{س^{2} - 5س + 6}$ ،

والدالة $\frac{س^{2} + س - 1}{س^{2} - 5س + 6}$ معرفة بشرط أن : $س^{2} - 5س + 6 \neq 0$

$\Leftarrow (س - 3)(س - 2) \neq 0$

$\Leftarrow س \neq 3$ أو $س \neq 2$

∴ مجال د = ح - {٢ ، ٣}

ب - الدالة الجذرية التي دليلها عدد زوجي :

يمكن تعريفها على الشكل $ر(س) = \sqrt[ن]{د(س)}$ حيث ن عدد زوجي كلي أكبر من الواحد ، $د(س) \geqslant$ صفر .

« مجال ر(س) = ح ماعدا الفترات السالبة للدالة د(س) » .

مثال ⑤ : عين مجال كل من الدوال التالية ان أمكن ذلك :

أ - $د(س) = \sqrt{س - 4}$

د معرفة بشرط أن : $س - 4 \geqslant 0 \Leftarrow س \geqslant 4$ ∴ مجال د = [٤ ، ∞)

ب- د(س) = $\sqrt{٤ - س}$

د معرفة بشرط أن ٤ - س ≥ ٠ ⟸ ٤ ≥ س

∴ مجال د = (- ∞ ، ٤]

جـ- د(س) = $\sqrt{س^٢ - ٢س - ٣}$

الدالة معرفة بشرط أن س² - ٢س - ٣ ≥ صفر

ولحل المتباينة : س² - ٢س - ٣ ≥ صفر نبحث إشارة المقدار : (س² - ٢س - ٣).

∵ س² - ٢س - ٣ = (س+١)(س-٣) ∴ للمقدار جذران : {-١ ، ٣}

	∞	٣	-١	-∞
إشارة المقدار س²-٢س-٣	نفس إشارة أ	عكس إشارة أ	نفس إشارة أ	
	+	−	+	
	د معرفة	د غير معرفة	د معرفة	

∴ مجال الدالة د = (-∞ ، -١] ∪ [٣ ، ∞)

« يمكن كتابة المجال بصورة أخرى : مجال د = ح - (-١ ، ٣) »

ء- د(س) = $\sqrt{-س^٢ - ٢س + ٣}$

الدالة معرفة بشرط أن - س² - ٢س + ٣ ≥ صفر ولحل هذه المتباينة نبحث إشارة المقدار (- س² - ٢س + ٣) ،

∴ صفرا المقدار : {-٣ ، ١}

	∞	١	-٣	-∞
إشارة المقدار -س²-٢س+٣	نفس إشارة أ	عكس إشارة أ	نفس إشارة أ	
	−	+	−	
	د غير معرفة	د معرفة	د غير معرفة	

∴ مجال الدالة د = [-٣ ، ١]

ملاحظة : للمقدار الثلاثي (أس² + ب س + جـ) جذران ∴ المميز ن > ٠

∴ إشارة المقدار نفس إشارة أ ماعدا بين جذري المقدار عكس إشارة أ لأن المميز ن > ٠ .

هـ - $د(س) = \sqrt{٤س^٢ + ١٢س + ٩}$

د معرفة بشرط أن : $٤س^٢ + ١٢س + ٩ \geqslant ٠$

المميز : $ن = صفر$

$\therefore$ إشارة المقدار $(٤س^٢ + ١٢س + ٩)$ نفس إشارة $أ$ دائماً .

$\therefore$ المقدار $٤س^٢ + ١٢س + ٩ \geqslant ٠$ لكل $س \in ح$.

$\therefore$ مجال $د = ح$

و - $د(س) = \sqrt{-٢س^٢ + ٦س - ١٠}$

الدالة معرفة بشرط أن $-٢س^٢ + ٦س - ١٠ \geqslant ٠$

$ن = ب^٢ - ٤أجـ = -٤٤ < صفر$

$\therefore$ إشارة المقدار $(-٢س^٢ + ٦س - ١٠)$ نفس إشارة $أ$ دائماً

$\therefore$ المقدار $(-٢س^٢ + ٦س - ١٠)$ سالب دائماً لكل $س \in ح$.

« $-٢س^٢ + ٦س - ١٠ < ٠$ دائماً »

$\therefore$ المجال $= \phi$ « د(س) غير معرفة في ح »

* **العمليات الجبرية على الدوال :-**

تعريف : إذا كانت د ، ر دالتين حقيقيتين وكان مجال د هو $م_١$ ومجال ر هو $م_٢$ حيث $م_١ \cap م_٢ \neq \phi$ فإن كلاً من :

$د+ر$ ، $د-ر$ ، $د \cdot ر$ ، $\frac{د}{ر}$ دوال حقيقية تعرف كما يلي :

① $(د \pm ر)(س) = د(س) \pm ر(س)$ ، ويكون مجال $(د+ر) = م_١ \cap م_٢$.

② $(د \cdot ر)(س) = د(س) \cdot ر(س)$ ، ويكون مجال $(د \cdot ر) = م_١ \cap م_٢$.

③ $\frac{د}{ر}(س) = \frac{د(س)}{ر(س)}$ ، حيث $ر(س) \neq ٠$.

ويكون مجال $\frac{د}{ر} = م_١ \cap م_٢ - \{$أصفار الدالة ر$\}$.

مثال ⑥ : أوجد مجال الدوال التالية :-

أ - $د(س) = \frac{1}{س-2} + \frac{س+3}{س+4}$

نفرض أن : $د_1(س) = \frac{1}{س-2}$ ∴ مجال $د_1 = م_1 = ح - \{2\}$

$د_2(س) = \frac{س+3}{س+4}$ ∴ مجال $د_2 = م_2 = ح - \{-4\}$

∴ مجال $د(س) = م_1 \cap م_2 = ح - \{2 ، -4\}$

ب - $د(س) = \frac{\sqrt{س+1}}{\sqrt{س-3}}$

نفرض أن : $د_1(س) = \sqrt{س+1}$ ∴ مجال $د_1 = م_1 = [-1 ، \infty)$

$د_2(س) = \sqrt{س-3}$ ∴ مجال $د_2 = م_2 = [3 ، \infty)$

∴ أصفار $د_2(س)$ هي $\{3\}$

∴ مجال $د(س) = م_1 \cap م_2 - \{$ أصفار الدالة $د_2 \}$

$= (3 ، \infty)$

⑤ <u>الدالة الجذرية الكسرية</u> :

هي دالة تحتوي على جذر في البسط أو جذر في المقام أو جذر في البسط وجذر في المقام أو جذر على كامل الكسر .

ومن صورها (أشكالها) :

$\frac{\sqrt{د(س)}}{ر(س)}$ ، $\frac{د(س)}{\sqrt{ر(س)}}$ ، $\frac{\sqrt{د(س)}}{\sqrt{ر(س)}}$ ، $\sqrt{\frac{د(س)}{ر(س)}}$ ، $\frac{\sqrt{د(س)} + هـ(س)}{ر(س)}$.

① $\frac{\sqrt{د(س)}}{ر(س)}$ معرفة بشرط أن $د(س) \geq$ صفر و $ر(س) \neq$ صفر .

③ ص = $\frac{د(س)}{\sqrt{ر(س)}}$ معرفة بشرط أن $ر(س) >$ صفر .

③ $ص = \frac{\sqrt{د(س)}}{\sqrt{ر(س)}}$ معرفة بشرط أنه : $د(س) \geq$ صفر و $ر(س) >$ صفر

④ $ص = \sqrt{\frac{د(س)}{ر(س)}}$ معرفة بشرط أنه : $\frac{د(س)}{ر(س)} \geq$ صفر و $ر(س) \neq$ صفر

مثال ⑦ : عين مجال كل من الدوال التالية :

أ- $د(س) = \frac{٢س}{\sqrt{س^٢ - ٢س - ٣}}$

الدالة معرفة بشرط أنه $س^٢ - ٢س - ٣ >$ صفر

لحل المتباينة نبحث إشارة المقدار $(س^٢ - ٢س - ٣)$

أصفار المقدار : $\{-١ ، ٣\}$

إشارة المقدار $(س^٢ - ٢س - ٣)$	$(٣ ، \infty)$	$(-١ ، ٣)$	$(-\infty ، -١)$
	+	−	+
	د معرفة	د غير معرفة	د معرفة

∴ مجال الدالة $د(س) = (-\infty ، -١) \cup (٣ ، \infty)$

أو مجال الدالة $= ح - [-١ ، ٣]$

ب- $د(س) = \frac{\sqrt{١٦ - س^٢}}{س + ١}$

الدالة د معرفة بشرط أنه : $١٦ - س^٢ \geq$ صفر و $س \neq -١$

نبحث إشارة المقدار $(١٦ - س^٢)$ ، صفرا المقدار : $\{-٤ ، ٤\}$

إشارة المقدار $(١٦ - س^٢)$	$(٤ ، \infty)$	$(-١ ، ٤)$	$(-٤ ، -١)$	$(-\infty ، -٤)$
	−	+	+	−
	د غير معرفة	د معرفة	د معرفة	د غير معرفة

∴ مجال د $= [-٤ ، -١) \cup (-١ ، ٤]$

أو مجال د $= [-٤ ، ٤] - \{-١\}$

جـ - $د(س) = \frac{\sqrt{س-٤} + ٥}{س - ٥}$

د معرفة بشرط أن : $س-٤ \geq ٠$ و $س \neq ٥$

$\Leftarrow س \geq ٤$ و $س \neq ٥$

$\therefore$ مجال د $= [٤ ، \infty) - \{٥\}$

د - $د(س) = \frac{٣}{\sqrt{٢س-١٦} - ٨}$

د معرفة بشرط أن $٢س - ١٦ \geq$ صفر و $\sqrt{٢س-١٦} - ٨ \neq$ صفر

$\Leftarrow ٢س \geq ١٦$ و $\sqrt{٢س-١٦} \neq ٨$

$\Leftarrow س \geq \frac{١٦}{٢}$ و $٢س - ١٦ \neq ٦٤$ (بتربيع الطرفين)

$\Leftarrow س \geq ٨$ و $س \neq ٤٠$

$\therefore$ مجال د $= [٨ ، \infty) - \{٤٠\}$

هـ - $د(س) = \frac{٣}{\sqrt{٢س-١٦} + ٨}$

د معرفة بشرط أن $٢س - ١٦ \geq ٠$ « لاحظ أن المقام دائماً موجب

$\Leftarrow س \geq ٨$ لأن : $\sqrt{٢س-١٦}$ + عدد موجب > ٠

دائماً حيث $٢س-١٦ \geq ٠$ » .

$\therefore$ مجال د $= [٨ ، \infty)$

و - $د(س) = \sqrt{\frac{س^٢ - ٣س + ٢}{١ - س^٢}}$

د معرفة بشرط أن $\frac{س^٢-٣س+٢}{١-س^٢} \geq ٠$ و $١ - س^٢ \neq ٠ \Leftarrow س \neq \pm ١$

ولحل المتباينة $\frac{س^٢ - ٣س + ٢}{١ - س^٢} \geq ٠$ نبحث إشارة المقدار $\frac{س^٢-٣س+٢}{١-س^٢}$

أصفار البسط : $\{+١ ، ٢\}$ ، أصفار المقام : $\{-١ ، ١\}$

	$(-\infty ، -١)$	$(-١ ، ١)$	$(١ ، ٢)$	$(٢ ، \infty)$
إشارة البسط	+	+	−	+
إشارة المقام	−	+	−	−
إشارة المقدار : $\frac{س^٢ - ٣س + ٢}{١ - س^٢}$	−	+	+	−
	د غير معرفة	د معرفة	د معرفة	د غير معرفة

∴ مجال د(س) = $(-١ ، ١) \cup (١ ، ٢]$

أو مجال د(س) = $(-١ ، ٢] - \{١\}$

ز- د(س) = $\frac{\sqrt{س^٢ - ٣س + ٢}}{\sqrt{١ - س^٢}}$

د معرفة بشرط أن : $س^٢ - ٣س + ٢ \geq ٠$ و $١ - س^٢ > ٠$

أصفار البسط : س = ١ ، س = ٢ ، أصفار المقام : س = ١ ، س = -١

	$(-\infty ، -١)$	$(-١ ، ١)$	$(١ ، ٢)$	$(٢ ، \infty)$
إشارة : $س^٢ - ٣س + ٢$	+	+	− « البسط غير معرف »	+
إشارة : $١ - س^٢$	− « المقام غير معرف »	+	− « المقام غير معرف »	− « المقام غير معرف »
	د غير معرفة	د معرفة	د غير معرفة	د غير معرفة

∴ مجال د(س) = $(-١ ، ١)$

ملاحظة :-

من الفقرتين و ، ز نلاحظ أن :

$\sqrt{\frac{د(س)}{ر(س)}}$ ليس بالضرورة أن تساوي $\frac{\sqrt{د(س)}}{\sqrt{ر(س)}}$.

⑥ <u>الدالة الأسية</u> :

هي دالة د : ح ← $ح^+$ قاعدتها د(س) = $أ^{س}$ حيث أ ∈ $ح^+$ - {١}

وفي حالة أ = e ≈ ٢,٧١٨٣ تكون د(س) = $e^{س}$ وتسمى بالدالة الأسية الطبيعية .

<u>ملاحظات</u> :

١- الدالة الأسية دائماً تكون موجبة لأن مجالها المقابل $ح^+$.

٢- الدالة ر(س) = $أ^{د(س)}$ مجالها هو مجال د(س) .

مثال ⑧ : عين مجال الدوال التالية :

أ- د(س) = $٤^{(س^٢ - ٣س^٣ + \frac{٥}{٧})}$

مجال د = مجال الدالة (س² - ٣س³ + $\frac{٥}{٧}$)

∴ مجال د = ح . « لأن الدالة (س² - ٣س³ + $\frac{٥}{٧}$) كثيرة حدود » .

ب- ر(س) = $e^{\left(\frac{٣ - س}{س^٢ - ٥س + ٦}\right)}$

مجال ر(س) = مجال الدالة د(س) = $\frac{٣ - س}{س^٢ - ٥س + ٦}$ « د(س) دالة كسرية »

د(س) معرفة بشرط أن : س² - ٥س + ٦ ≠ ٠ .

⇐ (س - ٢)(س - ٣) ≠ ٠ .

⇐ س ≠ ٢ أو س ≠ ٣

⇐ مجال د = ح - {٢، ٣}

∴ مجال ر = ح - {٢، ٣} .

جـ- هـ(س) = $\sqrt[٣]{\frac{٣ - س}{س^٢ - ١}}$

مجال هـ(س) يساوي مجال الدالة د(س) = $\sqrt{\frac{٣ - س}{س^٢ - ١}}$

الدالة $\text{د}(\text{س}) = \sqrt{\dfrac{٣-\text{س}}{\text{س}^٢-١}}$ معرفة بشرط أن $\dfrac{٣-\text{س}}{\text{س}^٢-١} \geq$ صفر و $\text{س} \neq \pm ١$

الذي نبحث إشارة المقدار $\dfrac{٣-\text{س}}{\text{س}^٢-١}$:

∞ ، ٣ ، ١ ، -١ ، $-\infty$

إشارة البسط : $٣-\text{س}$	$-$	$+$	$+$	$+$
إشارة المقام $\text{س}^٢-١$	$+$	$+$	$-$	$+$
إشارة المقدار $\dfrac{٣-\text{س}}{\text{س}^٢-١}$	$-$	$+$	$-$	$+$
	د غير معرفة	د معرفة	د غير معرفة	د معرفة

∴ مجال هـ(س) = $(-\infty ، -١) \cup (١ ، ٣]$.

د- $\text{ه}(\text{س}) = \text{ل}\left(\dfrac{\text{س}-٢}{|\text{س}^٢-٣\text{س}+٢|}\right)$

الدالة معرفة بشرط أن : $\text{س}^٢ - ٣\text{س} + ٢ \neq ٠$.

$\Leftarrow (\text{س}-١)(\text{س}-٢) \neq ٠$.

$\Leftarrow$ $\text{س} \neq ١$ أو $\text{س} \neq ٢$

∴ مجال ه = ح $- \{١ ، ٢\}$

هـ- $\text{د}(\text{س}) = \text{ل}\left(\dfrac{\text{س}-٤}{\sqrt{٢\text{س}+١} - ٣}\right)$

الدالة معرفة بشرط أن : $\sqrt{٢\text{س}+١} - ٣ \neq ٠$ و $٢\text{س}+١ \geq ٠$

$\Leftarrow \sqrt{٢\text{س}+١} \neq ٣$ و $٢\text{س} \geq -١$

$\Leftarrow \text{س} \neq ٤$ و $\text{س} \geq -\frac{١}{٢}$

∴ مجال د(س) = $[-\frac{١}{٢} ، \infty) - \{٤\}$

⑦ الدالة اللوغاريتمية :

(هي الدالة العكسية للدالة الأسية) بمعنى أن :

د : $ح^{+} \longrightarrow ح$ قاعدتها ص = $لو_{أ}$ س $\Leftrightarrow$ س = $أ^{ص}$ ، أ $\in$ $ح^{+}$ - {١}

وفي حالة أ = e ≈ ٢٫٧١٨٣ فإن ص = $لو_{e}$ س تسمى بالدالة اللوغاريتمية الطبيعية .

ملاحظة :-

الدالة $لو_{أ}$ د(س) معرفة بشرط أن د(س) > صفر .

مثال ⑨ : عين مجال الدوال التالية إن أمكن ذلك :

أ - ص = لو (س - ٣)

الدالة معرفة بشرط أن س - ٣ > ٠ ⟸ س > ٣

∴ مجال الدالة = (٣ ، ∞) .

ب - د(س) = لو ($س^{٢}$ + ١)

د معرفة بشرط أن : $س^{٢}$ + ١ > ٠

نلاحظ أن المقدار ($س^{٢}$ + ١) دائماً موجب لكل س ∈ ح .

∴ مجال د = ح .

جـ - د(س) = لو (-٤ $س^{٢}$ + ٥س - ١)

د معرفة بشرط أن -٤ $س^{٢}$ + ٥س - ١ > صفر

ولحل هذه المتباينة نبحث إشارة المقدار (-٤ $س^{٢}$ + ٥س - ١) .

نوجد صفر المقدار : -٤ $س^{٢}$ + ٥س - ١ = صفر

(-٤س + ١) (س - ١) = صفر

⟸ س = $\frac{١}{٤}$ ، س = ١

إشارة المقدار (-٤ $س^{٢}$ + ٥س - ١)	١ ← ∞	$\frac{١}{٤}$ ← ١	-∞ ← $\frac{١}{٤}$
	نفس إشارة أ	عكس إشارة أ	نفس إشارة أ
	−	+	−
	د غير معرفة	د معرفة	د غير معرفة

∴ مجال د(س) = ($\frac{١}{٤}$ ، ١)

د - $ص = لو(-٧س^{٢} + س - ١)$

الدالة معرفة بشرط أن : $-٧س^{٢} + س - ١ > صفر$

ولحل هذه المتباينة نبحث إشارة المقدار $(-٧س^{٢} + س - ١)$

المميز $\Delta = ب^{٢} - ٤أجـ = ١ - ٤ \times -٧ \times -١ = -٢٧ < ٠$

∴ إشارة المقدار $(-٧س^{٢} + س - ١)$ سالبة لكل س ∈ ح .

∴ المجال = ϕ (ص غير معرفة في ح) .

هـ - $ص = لو|-٧س^{٢} + س - ١|$

بالرجوع الى فقرة (د) السابقة نجد ان : $-٧س^{٢} + س - ١ < ٠$ دائماً

ولكن $|-٧س^{٢} + س - ١| > ٠$ دائماً

∴ $ص = لو|-٧س^{٢} + س - ١|$ مجالها = ح .

و- $د(س) = لو|-٤س^{٢} + ٥س - ١|$

بالرجوع الى الفقرة (هـ) السابقة في هذا المثال (٩) نجد ان :

	$-\infty$ إلى $\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٤}$ إلى ١	١ إلى ∞
إشارة المقدار: $-٤س^{٢}+٥س-١$	−	+	−
إشارة $\|-٤س^{٢}+٥س-١\|$	+	+	+

∴ مجال د = ح - $\{\frac{١}{٤} ، ١\}$.

ز- $د(س) = لو\left(\frac{س+١}{س-٣}\right)$ ومن ثم استنتج مجال $ر(س) = لو\left|\frac{س+١}{س-٣}\right|$

أولاً : تعيين مجال د(س) :

د(س) معرفة بشرط أن $\frac{س+١}{س-٣} > صفر$ و $س \neq ٣$

صفر البسط $\{-١\}$ ، صفر القام $\{٣\}$

	$(3، \infty)$	$(-1، 3)$	$(-\infty، -1)$
إشارة البسط $س+1$	$+$	$+$	$-$
إشارة المقام $س-3$	$+$	$-$	$-$
إشارة $\frac{س+1}{س-3}$	$+$ د معرفة	$-$ د غير معرفة	$+$ د معرفة
إشارة $\left\lvert\frac{س+1}{س-3}\right\rvert$	$+$ ر معرفة	$+$ ر معرفة	$+$ ر معرفة

∴ مجال د $= (-\infty، -1) \cup (3، \infty)$

∴ مجال ر $= (-\infty، -1) \cup (-1، 3) \cup (3، \infty)$.

أي مجال ر $=$ ح $- \{-1، 3\}$ «لاحظ أن مجال ر = ح ما عدا صفر البسط وصفر المقام».