الدالة الأسية واللوغاريتمية

الاشتقاق

الدالة د(س)	مشتقتها دَ (س)
١. $e^{س}$	$e^{س}$
٢. $e^{د(س)}$	$e^{د(س)} \cdot$ دَ (س)
٣. $أ^{س}$	$أ^{س} \cdot$ لو أ
٤. أ د(س)	أ د(س) . دَ (س) . لو أ
٥. لو س	$\frac{١}{س}$ حيث س ≠ ٠
٦. لو د(س)	$\frac{دَ(س)}{د(س)}$
٧. لو $د(س)^{أ}$	$\frac{أ\ دَ(س)}{د(س)}$
٨. لو |س| حيث س ≠ ٠	$\frac{١}{س}$

التكامل

الدالة د(س)	تكاملها ∫ د(س) دس
١. $e^{س}$	$e^{س}$ + ث
٢. $e^{د(س)} \cdot$ دَ(س)	$e^{د(س)}$ + ث
٣. $e^{أس+ب}$ د س	$\frac{١}{أ} \times e^{أس+ب}$ + ث
٤. $أ^{س}$	$\frac{أ^{س}}{لو\ أ}$ + ث
٥. أ $^{د(س)} \cdot$ دَ(س)	$\frac{أ^{د(س)}}{لو\ أ}$ + ث
٦. $\frac{١}{س}$	لو |س| + ث
٧. $\frac{دَ(س)}{د(س)}$	لو |د(س)| + ث
$\frac{جـ د + د}{جـ}$	$\frac{١}{جـ}$ لو |جـ س + د| + ث
$\frac{دَ(س)}{د(س)}$	لو |د(س)| + ث

ملاحظات هامة جداً:-

١. لو $e^{س}$ = س لكل س ∈ ح

٢. لو (س × ص) = لو س + لو ص

٣. لو س ÷ ص = لو س − لو ص

٤. لو $\sqrt[ن]{س^{هـ}} = \frac{هـ}{ن}$ لو س

تذكر عزيزي الطالب

لا يوجد لوغاريتم لأي عدد سالب أو صفر

مجال الدالة اللوغاريتمية ح+ ومجالها المقابل ح

مجال الدالة الاسية ح ومجالها المقابل ح+

٧. لو ١ = صفر

٥. لو س^{ن} = ن لو س ٨ . لو e = ١

٥٣

تمارين على الدالة الأسية واللوغاريتمية

أوجد مشتقة كلاً من الدوال الآتية:-

١. ص = (س^{٢} + ٣س) لو (س^{٢} + ٣س) [ضرب دالتين] .

٢. ص = لو $\sqrt{٦س + ٧}$ [= $\frac{١}{\square}$ لو (٦س + ٧) ثم نكمل] .

٣. ص = لو $\frac{٤ + س^{٢}}{٤ - س^{٢}}$ [= $\frac{١}{\square}$ لو $\frac{٤ + س^{٢}}{٤ - س^{٢}}$ = $\frac{١}{\square}$ [لو (٤+س^{٢}) − لو (٤ − س^{٢})].

٤. ص = جتا (لو ٢ س) [= مشتقة جتا (لو ٢ س) × مشتقة الزاوية (لو ٢ س)] .

٥. ص = لو $\sqrt{(٢س+٥)^{٢}}$ [= $\frac{\square}{\square}$ لو (٢س +٥) ثم نكمل] .

١٤١٧ / ١

٦. ص = لو $\left(\frac{س^{٢} - ٨}{س^{٢} + ١}\right)^{\square}$ [= $\frac{\square}{\square}$ (لو (س^{٢}−٨) − لو (س^{٢}+١)) ثم نكمل].

١٤١٧ / ١

٧. ص = $e^{\sqrt{س}}$. جتا س [= نفسها × مشتقة الأس (ضرب دالتين)] .

١٤١٨ / ١

٨. ص = س $e^{س^{٢}}$ + ٥^{س} [الحد الأول ضرب دالتين والثاني نفسه × لو ٥] .

٢ / ١٤١٧

٩. ص = ٣$^{جا س}$ [نفسها × مشتقة الأس × لو ٣] .

٢ / ١٤١٧

١٠. ص = لو $\sqrt{٣س^{٢} - ١}$ [= $\frac{١}{\square}$ لو (٣س٢ − ١) ثم نكمل] .

٢ / ١٤١٨

١١. ص = س^{٢} $e^{\frac{١}{س}}$ + لو $\sqrt{س^{٢} + ١}$

[الحد الأول ضرب دالتين والثاني $\frac{١}{\square}$ لو (س٢+١) ونكمل] .

٢ / ١٤١٩

$\frac{١}{\square}$ $\frac{١}{س}$ $\frac{١}{س^{٢}}$

١٢. ص = $٣^{س}$ + $e^{س^{٢}}$ + لو$\sqrt{س}$ [= ٣ لو ٣ + ٢س $e^{\sqrt{س^{٢}}}$ + $\frac{١}{٢\sqrt{س}}$ إنتهى] .

١٣. ص = $e^{٣^{س}}$ + لو (س^{٢}+٤) [= ٣ س^{٢} $e^{٣^{س}}$ + $\frac{٢\ س}{س^{٢}+٤}$ إنتهى] .

١٤. ص = لو $\left|\frac{٦س+٤}{٢\ س-٣}\right|$ [= لو $\left|٦س+٤\right|$ – لو $\left|٢س-٣\right|$ ثم نكمل].

١٥. إذا كانت ص = $e^{ن\ س}$

- أثبت أن $\frac{د\ ص}{د\ س}$ – ن ص = ٠
- أوجد قيمة ن التي تحقق : $\frac{د^{٢}\ ص}{د\ س^{٢}}$ – $\frac{د\ ص}{د\ س}$ – ٦ ص = ٠

١٦. ص = س^{س} [بأخذ لوغاريتم الطرفين ثم اشتقاق الطرفين] .

أوجد التكاملات الآتية:-

١. $\int \frac{٢\ س+٣}{س^{٢}+٣س+٤}$ دس = س[= لو $\left|\ س^{٢}+٣س+٤\right|$ حيث البسط = مشتقة المقام]

٢. $\int \frac{\square}{س\ لو\ س}$ دس حيث س > ٠ [نجعلها = $\frac{\square}{لو\ س}$ فيكون الناتج لو|لو س|]

٣. $\int \frac{س\ (١+جا\ س^{٢})}{س^{٢}-جتا\ س^{٢}}$ دس [بالضرب والقسمة على٢ ثم يكون الناتج $\frac{\square}{\square}$ لو $\left|\ س^{٢}-جتاس^{٢}\right|$]

٤. $\int \frac{٢س+٥}{(س+٢)\ (س+٣)}$ دس

[بعد ضرب قوس المقام يكون البسط = مشتقة المقام فيكون الناتج لو|س^{٢} + ٥س + ٦ |]

٥. $\int$ س × $٣^{-س^{٢}}$ دس [الضرب والقسمة على –٢ فيكون الناتج $\frac{\square}{-\square}$ × $\frac{\square^{-س^{٢}}}{لو\ ٣}$ + ث]

$\int \frac{\square^{\sqrt{س}}}{\sqrt{س}}$

٦. $\int$ دس [بالضرب والقسمة على ٢ فيكون الناتج ٢ × $\frac{\square\square}{\text{لو}\,١٠}$ + ث]

١/١٤١٧

٧. $\int e^{\text{لو}\,(\text{س}+٢)^{\square}}$ دس [$= e^{\text{لو}\,(\text{س}+٢)^{\square}} = (\text{س}+٢)^{٢}$ ثم نفك التربيع ونكمل التكامل]

٨. $\int \frac{\text{د}(\square+\square\text{س}^{٢})}{\text{س}^{\square}}$ س [فك التربيع ثم قسمة البسط على المقام ثم إجراء التكامل]

٥٥

٩. $\int \frac{e^{\text{س}} - e^{-\text{س}}}{e^{\text{س}} + e^{-\text{س}}}$ دس [الناتج = لو $|e^{\text{س}} + e^{-\text{س}}|$ + ث لأن البسط = مشتقة المقام]

١/١٤١٨

١٠. $\int$ (س $e^{\text{س}^{٢}} + \text{ه}^{\text{س}}$) دس [$= \frac{\square}{\square} \cdot e^{\frac{\square^{\text{س}}}{\text{لو}\,\text{ه}}} +$ ث]

٢/١٤١٧

١١. $\int$ ٣ $e^{\text{ظا}\,\text{س}}$ قا$^{\square}$س دس [الناتج = ٣ $e^{\text{ظا}\,\text{س}}$ + ث]

٢/١٤١٧

١٢. $\int \frac{\text{س} + ٢}{\text{س} - ٢}$ دس [قسمة البسط على المقام ينتج ١ + $\frac{\square}{\text{س} - ٢}$ وبالتكامل = س + ٤ لو $|\text{س} - ٢|$ + ث]

٢/١٤١٨

١٣. $\int e^{\text{س}} (١ - ٢\,e^{\text{س}})^{٣}$ دس [الضرب والقسمة على −٢ فيكون الناتج $\frac{\square}{-\square} \times \frac{(\square - \square\,e^{\text{س}})^{٤}}{\square}$ + ث]

٢/١٤١٩

١٤. $\int \frac{e^{\text{س}}}{\square + e^{\text{س}}}$ د س [الناتج = لو $|١ + e^{\text{س}}|$ + ث لأن البسط = مشتقة المقام]

١/١٤١٩

١٥. $\int \frac{\text{جتا}\,(\text{لو}\,\text{س})}{\text{س}}$ د س [الناتج = جا (لو س) + ث]

١/١٤١٩

١٦. $\int$ س $e^{\text{س}^{٢}} \sqrt{١ + e^{\text{س}^{٢}}}$ د س $\frac{\square}{\square(\square + e^{\text{س}^{٢}})}$

[الضرب والقسمة في ٢ فيكون الناتج $\frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square}$ + ث]

١٧. $\left\{ \frac{\text{س} - \text{جا ٢ س}}{\text{س}^{٢} - ٢\text{جا}\square\text{س}} \text{ د س} \right.$

[الضرب والقسمة في ٢ يكون الناتج $\frac{\square}{\square} \times$ لو $\left|\text{س}^{٢} - ٢ \text{ جا}\square\text{س}\right|$ + ث]

١٨. $\left\{ \frac{\text{قا}^{٢}\text{ س}}{\text{ظا س} - ١} \text{ د س} \right.$ مباشرة

١٩. $\left\{ \text{ظا س دس} \right.$ ، $\left\{ \text{ظتا س دس} \right.$ فكّر

٢٠. إذا كان $\left\{ \text{e}^{\text{س}} \text{ د س} = \text{ه} \right.$ ، $\left\{ \text{أ} = \frac{\text{د س}}{\text{س}} \right.$ فأوجد قيمة أ ، ب

اختبر ذكائك

مع أطيب الأمنيات بالتوفيق والسداد

* معلما المادة /

أيمن حسونة . شعبان قاسم