إدارة محفظة الأوراق المالية

من إعداد الدكتور المنجي محمد العرفاوي

قسم إدارة الأعمال

نظرية المحفظة المالية لماركويتز Markwitz* (العلاقة – عائد مخاطرة)

سؤال : هل أن حيازة محفظة مالية مؤلفة من عدة أصول مالية ذات عائد و مخاطرة سيضمن ارتفاع العائد الكلي وانخفاض في المخاطرة الكلية أم لا ؟.

لقد كان الاهتمام منصبا على دراسة ملكية أصول (استثمارات) منفردة، ومدى أهيمتها، وكيفية تقييمها، لكن ذلك يُعد مدخل تقليدي في الدراسات المالية، فإذا كان الاهتمام متوجه نحو حيازة عدة أكبر من الأصول المالية (استثمارات) فمن الضروري اللجوء إلى تحليل جزئي، ونستبعد افتراض المستقبل الأكيد ونستبدله بافتراض المستقبل غير الأكيد الاحتمالي (وليس المستقبل غير الأكيد تماما). وسوف ندخل عامل الخطر الخاص بكل أصل في عملية القياس(أين لا نعلم اليوم على وجه الدقة عائده المستقبلي أو المنتظر). فتحليل المخاطرة المرتبطة بحيازة الأصول المالية سيشكل لب اهتمام نظرية المحفظة المالية (النظرية المعاصرة لاختيارات) التي جاء بها Markowitz ، معتمدا على إمكانية تشكيل محفظة مالية بمعلومية تقديرات المحللين للعوائد المستقبلية المحتملة للأوراق المالية المكونة للمحفظة، وقد شدد على ضرورة خضوع كل من العائد والمخاطرة إلى البحث العميق.

للوصول إلى دراسة هذا الموضوع فإنه يتعين علينا التعرف على كيفية قياس عائد استثمار فردي والمخاطرة المرتبطة به. لنصل في النهاية إلى كيفية بناء المحفظة المالية.

I - تقييم عائد ومخاطرة الأصل المالي :

I- 1 العائد المتوقع من الاستثمار :

* - HARRY MARKOWITZ ، متحصل على جائزة نوبل للاقتصاد عام 1990

يعرف معدل عائد أي أصل مالي (i) بمثابة فائض القيمة في رأس المال (مقدار زيادة القيمة الرأسمالية للأصل) أي ($V_t - V_{t-1}$) والعائد الاسمي للأصل في صورة فوائد أو توزيعات للأرباح بحسب طبيعة الأصل, ولنفترضه في الحالة العامة D_{it} حيث :

V_t : القيمة السوقية للأصل في الزمن (t) ، V_{t-1}:القيمة السوقية للأصل في الزمن (t-1).

على أن نقارن مجموع هذه العوائد بسعر الأصل في بداية الفترة (t -1) أي بالسعر (V_{t-1})

إذن :
$$R_{it} = \frac{V_{it} - V_{it-1} + D_{it}}{V_{it-1}}$$

إن القيمة (V_{it-1}) التي يدفعها المستثمر لشراء الأصل (i) معروفة على وجه الدقة في حين أن القيمة السوقية التي سيكون عليها مستقبلا ليست مؤكدة, الأمر الذي يعني بأن المستثمر سيقدم فقط على إحداث توقعات مستقبلية حول قيمة عائد هذا الأصل (الحق الذي يخوله لحامل الأصل), هذا الأخير تختلف بحسب الحالات (حالات الطبيعة).ولذلك يمكن اعتبار أن **معدل عائد الأصل المنتظر** مستقبلا بمثابة متغير عشوائي (R_{it}). ويعرف المتغير العشوائي عادة بتوقعه الرياضي وتباينه أو انحرافه المعياري. ويمكن تحديد هذه العناصر المميزة للمتغير العشوائي بدراسة شكل التوزيع الاحتمالي الموضوعي (بالاعتماد على البيانات التاريخية) أو بشكل غير موضوعي بالاعتماد على التوزيع الاحتمالي الذاتي (التخمينات الشخصية ثم تخصيص احتمالات لكل معدل عائد) وبافتراضنا بأن معدل العائد المنتظر متغير عشوائي متقطع يمكن تحديده بالعلاقة :

$$E(R_i) = \sum_{J=1}^{m} P_j R_{ij}$$

حيث : R_{ij} : معدل العائد الممكن تحقيقه (المنتظر) من حيازة الأصل i في الزمن (t) والمرتبط بحالة الطبيعة j.

Pj: احتمال تحقق حالة الطبيعة j ، m: عدد حالات الطبيعة.

مثال : إذا أتيحت لك البيانات التالية المتعلقة بعائد سهمين : (A)و (B).

المطلوب : حساب معدل العائد المتوقع المرجح ؟

حالة الطبيعة	المشــــــــروع A		المشــــــــروع B	
	احتمال العائد	العائد المنتظر	احتمال العائد	العائد المنتظر
الحالة 1	0.05	% 30.8	% 10	% 50
الحالة 2	0.20	% 23	% 20	% 30
الحالة 3	0.50	% 8	% 40	% 10
الحالة 4	0.20	% 7-	% 20	% 10-
الحالة 5	0.05	% 22-	% 10	% 30-

	$\sum = 1$		$\sum = 1$	

$$E(A) = (0.05)(0.038) + (0.20)(0.23) + (0.5)(0.08) + (0.20)(-0.07) + (0.05)(-0.22\%)$$

$$= 0.08$$

$$E(A) = 8\%$$

$$E(B) = (0.10)(0.80) + (0.20)(0.30) + (0.4)(0.10) + (0.2)(-0.10) + (0.10)(-0.3)$$

$$E(B) = 0.1$$

$$= 10\%$$

I -2 مخاطر الأصل المالي :

يمكن تعريف المخاطرة على أنها درجة عدم التأكد الجزئي تجاه قيمة الأصل في المستقبل (أو قيمة تدفقاته المستقبلية) فالعائد المحقق مستقبلا فيما بعد (ex-post) يختلف نسبيا عن العائد المتوقع من قبل (ex-ante)، وهو ما يعرف إحصائيا بتشتت القيم المحققة مقارنة بالقيمة المتوقعة.

ويستخدم مصطلح المخاطرة من الناحية الاقتصادية لإظهار درجة تشتت القيم الحقيقية عن المتوقعة، ولا يعني ذلك احتمالية تحقق الخسائر فقط، بل يعني احتمالية الخسارة والربح، أو بتعبير آخر البعد أو الانحراف عن اليقين (القيمة المتوقعة المرجحة) في الاتجاهين (من الأعلى أو الأسفل).

ولنفترض أيضا – تبسيطا للتحليل- بأن درجة تشتت معدلات العائد المستقبلية عن القيم المتوقعة سوف تبقى ثابتة في المستقبل (Homocédascticité) كما هي عليه في الماضي.

إذن المخاطرة مقياس نسبي لمدى تقلب العائد (التدفقات المستقبلية) التي يمكن الحصول عليها مستقبلا (حسب تعريف Petty) وعادة ما يتم التعبير عن تشتت القيم عن القيمة المتوسطة المرجحة بالانحراف المعياري أو التباين، وهذا ما يمكن التعبير عنه رياضيا :

$$\delta_i^2 = \sum_{J=1}^{m} P_J \left[R_{iJ} - E(R_i)\right]^2 \Rightarrow \delta_i = \sqrt{\sum_{J=1}^{m} P_J \left[R_{iJ} - E(R_i)\right]^2}$$

فكلما كانت قيمة التباين صغيرة دل ذلك على تمركز المشاهدات (معدلات العائد الفعلية) قريبا من القيمة المتوسطة، وكلما كانت قيمة التباين كبيرة فإن ذلك يدل على أن أغلب القيم المشاهدة متباعدة عن القيمة المرجحة (المتوقعة).

كما يمكن الاعتماد على معامل الاختلاف لقياس درجة المخاطرة حيث :

$$\text{معدل الاختلاف} = CV = \frac{\delta_i}{E(R_i)}$$

كلما كان (CV) كبيرا فإن ذلك يدل على أن القيم المشاهدة مشتتة عن القيمة المتوسطة(المتوقعة)، وكلما كان (CV) صغيرا دل ذلك على أن القيم المشاهدة متمركزة حول القيمة المتوسطة.

مثال : نأخذ نفس معطيات التمرين السابق، ولنحسب مخاطرة كل أصل :

$$\delta_A^2 = (0.05)(0.38-0.08)^2 + 0.2(0.23-0.08)^2 + 0.5(0.08-0.08)^2 + 0.2(-0.07-0.08)^2 + 0.05(-0.22-0.08)^2$$
$$= 0.018 \Rightarrow \delta_A = 13.4\%$$

$$\delta_B^2 = 0.048 \Rightarrow \delta_B = 0.22 = 22\%$$

باستخدام معامل الاختلاف نجد :

$$CV(A) = \frac{\delta_A}{E(A)} * 100 = \frac{0.134}{0.08} = 16.75\%$$
$$CV(B) = \frac{\delta_B}{E(A)} * 100 = \frac{0.22}{0.10} = 2.2\%$$

نتيجة :

يمكن تمثيل التوزيع الاحتمالي للعائد : R_i حيث (R_i) متغير عشوائي خاضع للتوزيع الطبيعي بوسط $E(R_i)$ وانحراف معياري δ_i.

II-1- تصنيف المخاطر :

تتكون المخاطر المرتبطة باستثمار معين من عنصرين هما :

أ/ المخاطر المنتظمة : وهي المخاطر التي تمس عوائد كافة الأصول المالية بصرف النظر عن المنشأة المصدرة لهذه الأوراق، أو بتعبير آخر هي المخاطر المسببة لتشتت عوائد الأصول المالية ككل (بدون استثناء) وبدرجات متفاوتة، ومن هذه المخاطر نذكر خطر سعر الفائدة، خطر انخفاض القوة الشرائية (خطر التضخم)، المخاطر السوقية ... إلخ.

ب/ المخاطر غير المنتظمة : فهي مخاطر تختلف من منشأة لأخرى، وترتبط بحجم المخاطر الناشئة عن ظروف المنشأة أو ظروف الصناعة التي تنتمي إليها المنشأة، فقد تحدث بعض الاضطرابات التي تؤثر على فرع معين فتؤثر على القيمة السوقية لسهم الشركة المعنية، ومن بين أهم هذه المخاطر نلمس خطر الصناعة، المخاطر الإدارية، ... إلخ.

بالنسبة للنوع الأول لا يمكن للمستثمر تجنبه بأي حال من الأحوال، لأنه خطر عام يصيب كل الأصول في حين نجد أن المخاطر غير المنتظمة هي مخاطر يمكن تجنبها عن طريق عمليات التنويع في الأصول المكونة للمحفظة.

بما أن المخاطر المنتظمة عامة، فإنه من الواجب تعويض المستثمر عنها في حين أن المخاطر غير المنتظمة فلا يمكن توفير هذه التغطية، فهي ناتجة عن جهل المستثمر، إذ وجب عليه التخلص منها بالتنويع.

II-2- قياس المخاطر المنتظمة :

يصعب نظريا فك محصلة التفاعل بين العناصر المسببة للمخاطر المنتظمة والمخاطر غير المنتظمة إلى غاية اكتشاف نموذج تسعير الأصول الرأسمالية (Capital assets pricing modele (CAPM أو نموذج MEDAF (modèle d évaluation des actifs financiers) لشارب ولينتز Sharpe-Lintz الذي استهدف الكيفية التي يتم بها تحديد الأسعار بشكل يسمح بتحديد القيمة السوقية على نحو يكفل تحقيق عائد أكبر على المخاطرة الأكبر (كلما زادت المخاطرة يزيد العائد).

إن المخاطرة الكلية هي محصلة للمخاطرة المنتظمة والمخاطرة غير المنتظمة، ولقد تمكنا من قياس المخاطرة الكلية باستخدام الانحراف المعياري أو التباين، وعليه يمكننا قياس المخاطرة المنتظمة إذا ما علمنا أو تمكنا من قياس المخاطرة غير المنتظمة أو العكس.

ويتفق الباحثون في العلوم المالية على استعمال معامل التغاير (Covariance (COV(x;y) لقياس حجم المخاطرة المنتظمة التي تتعرض لها القيمة السوقية لورقة مالية.

إن المخاطرة المنتظمة ناشئة عن معطيات الحالة الاقتصادية التي تؤثر على أسعار الأوراق المالية في السوق المالي. ولذلك يمكننا اعتبار أن التغاير بين عائد سهم ما وعائد سوق رأس المال مقياسا لها .

ويمكن قياس عائد سوق رأس المال عن طريق مؤشر يسمى بمؤشر السوق (متوسط حسابي مرجح لعائد الأوراق المالية المتداولة في سوق رأس المال كمؤشر داوجونز Daw Jhons، Cac40، Nikkei ... إلخ) وبذلك يحدد معامل التغاير قوة العلاقة بين سعر الورقة المالية والحالة الاقتصادية العامة، وبالتالي يصلح للتعبير عن المخاطرة العامة (المنتظمة).

إذن : المخاطرة المنتظمة التي يتعرض لها عائد ورقة مالية بمفهوم التغاير تتجلى في **تلازم** التغير في سعر الورقة المالية أو عائدها، مع التغير العام في حركة أسعار الأسهم في السوق المالي، أو عائد السوق.

ويمكن التعبير عن معامل المتغاير كما يلي : $COV(R_A, R_M) = \frac{\sum(R_{A,t} - E(R_A))(R_{M,t} - E(R_M))}{n}$

$R_{A,t}$: معدل عائد السهم (A) في الزمن t.

$R_{M,t}$: معدل عائد السوق (M) في الزمن t.

n : عدد المشاهدات المتوفرة .

$E(R_A)$: القيمة المتوقعة المرجحة لعائد السهم A خلال الفترة المدروسة.

$E(R_M)$: القيمة المتوقعة المرجحة لعائد السهم M خلال الفترة المدروسة.

مثال : إذا كان عائد السهم (A)، وعائد السوق M، موضحين في الجدول الموالي :

الفترة	R_A	R_M	$R_A - E(R_A)$	$R_M - E(R_M)$	$[R_A - E(R_A)][R_M - E(R_M)]$
1	50	50	0	0	0
2	60	60	10	10	10
3	40	40	10-	10-	10
4	70	70	20	20	400
5	30	30	20-	20	400
	$E(R_A) = 50$	$E(R_M) = 50$			$\sum = 1000$

فيكون : $Cov(R_A.R_M) = \dfrac{1000}{5} = +200$

وهذا دليل على أن التغير في حركة أسعار السوق (معدل الفائدة) يتم في نفس اتجاه القيمة السوقية (معدل عائد السهم).

ونعلم كذلك من الناحية الإحصائية إلى أن معامل الارتباط : $r_{(R_A.R_M)}$

$$r_{(R_A.R_M)} = \frac{Cov(B_A.R_M)}{\delta_{R_A}.\delta_{R_M}}$$

حيث : δ_{RA} : الانحراف المعياري لعائد السهم (A)

δ_{RM} : الانحراف المعياري لعائد السوق (M)

وعليه يمكن أن نجد بأن : $COV(R_A, R_M) = r_{(R_A, R_M)}\delta_{RA}\delta_{RM}$

وهو ما توصل إليه French 1989. ويمكن أن نفهم من هذه المعادلة أن المخاطرة المنتظمة التي يتعرض لها أصل ما، متوقف على المخاطرة التي ينطوي عليها عائد الأصل المالي $\delta_{(RA)}$، ومخاطرة عائد السوق δ_{RM}

ومعامل الارتباط بين عائد الورقة المالية (A)، وعائد السوق (M) أي : $r_{(RA.RM)}$.

ويعاب على معامل التغاير بأنه مقياس مطلق يصعِّب علينا عمليا مقارنة حجم المخاطر المنتظمة لعائد سهمين مختلفين، ولتلاقي هذا العيب فقد عدّل بمقياس نسبي، هذا الأخير ينسب معامل التغاير إلى المخاطر المنتظمة (التغاير) لورقة مالية متوسطة أو تمثيلية، بمعنى أن يمثل عائدها عائد الأوراق المالية المتداولة في السوق، ويمكن تعويض تغاير هذه الورقة المثلى بتغاير محفظة السوق، والذي يمثل عائدها المتوسط المرجح لعائد الأوراق المالية المتداولة في السوق.

إن تغاير محفظة السوق (مجموع الأسهم المتداولة التي تستخدم لقياس مؤشر السوق المالي) يساوي تباينها لأن :

$$COV(R_M, R_M) = \frac{\sum (R_M - E(R_M))(R_M - E(R_M))}{n}$$
$$= \frac{\sum (R_M - E(R_M))^2}{n}$$
$$= \delta_{RM}^2$$

إذن فالمقياس النسبي للمخاطر المنتظمة يمكن صياغته فيما يصطلح عليه بمعامل بيتا (β) حيث:

$$\beta \text{ معامل} = \beta = \frac{COV(R_A, R_M)}{\delta_{RM}^2}$$

نتـــائج :

- إن معامل بيتا للسوق يساوي الواحد الصحيح أي : $\beta_{(M)} = 1$ ، وهذا يعني أنه إذا حدث تغير في السوق بالصعود أو الهبوط بنسبة معينة، فإن محفظة السوق تتغير في نفس الاتجاه وبنفس النسبة :

- باستخدام معامل β لاستثمار ما فبإمكان المستثمر معرفة تقلبات عوائد الاستثمار مقارنة بمعامل (β) للسوق، ونحصر بهذا الصدد ثلاث حالات :

1- معامل $\beta = 1$: تتقلب عوائد الاستثمار بنفس درجة تقلب عوائد السوق وبنفس الاتجاه، وتكون درجة المخاطرة المنتظمة للاستثمار مساوية درجة مخاطرة السوق.

2- معامل β أقل من الواحد ($\beta < 1$) : تتقلب عائدات الاستثمار بمقدار أقل من درجة تقلب عائد السوق ويكون الاستثمار أقل خطرا من السوق ويكون الاستثمار دفاعيا Défensive.

3- $\beta > 1$: تتقلب عائدات الورقة بمقدار أكبر من درجة تقلب السوق، وتكون أكثر خطرا من السوق. ويطلق على هذا الاستثمار بالهجومي : Agressive.

وبالرجوع إلى المثال السابقة نجد أن :

$$\delta_{RM}^2 = \frac{\sum (R_M - E(R_M))}{n}$$
$$= \frac{(0)^2 + (10)^2 + (-10)^2 + (20)^2 + (-20)^2}{5}$$
$$= +200$$

فيكون معامل (β) للاستثمار A : $\beta_A = \frac{COV(R_A; R_M)}{\delta_{RM}^2} = \frac{+200}{+200} = +1$

$$= \frac{200}{200} = 1$$

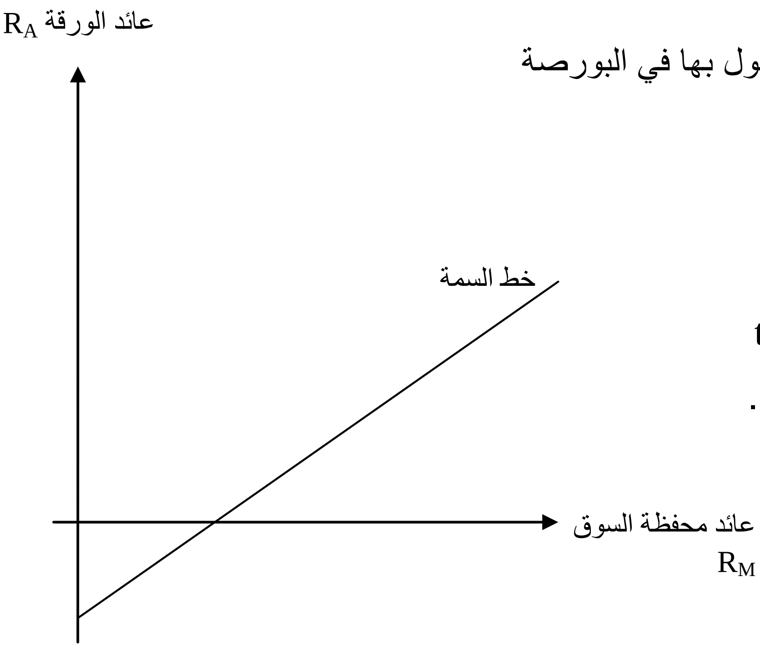
هذا يعني أن عائد الاستثمار A يتقلب بنفس درجة تقلب عائد السوقM وبنفس الاتجاه.

II-3- نموذج السوق أو نموذج المؤشر الوحيد(العامل الوحيد) (Market Model): العلاقة بين عائد الاستثمار وعائد السوق :

يمكن تحديد مختلف النقاط التي تجمع عائد الاستثمار المعني (الورقة المالية) مع عائد محفظة السوق، حتى نتمكن من قياس حجم المخاطر المنتظمة التي ينطوي عليها عائد الورقة المالية، وهنا نأخذ بيانات عن العائد الشهري أو الربح السنوي أو النصف سنوي أو السنوي للسهم وللسوق حيث تحدد على محور السينات عاد محفظة السوق، وعلى محور العينات نحدد عائد الاستثمار (الورقة المالية).

نسمي الخط الذي يعرف عائد الورقة المالية،

وعائد السوق بخط السمة



، ويقاس عائد السوق بعائد أحد المؤشرات المعمول بها في البورصة

ويقاس عائد السوق بالعلاقة :

$$R_M = \frac{ind_t - ind_{t-1}}{ind_{t-1}}$$

حيث : Ind_t : قيمة مؤشر البورصة في الزمن t

Ind_{t-1} : قيمة مؤشر البورصة في الزمن (t-1).

أما عائد السهم A فيتم حسابه بالعلاقة :

$$R_{At} = \frac{V_{A,t} - V_{A,t-1} + D_{it}}{V_{A,t-1}}$$

حيث : $V_{A.t-1}$: سعر الورقة (A) في الزمن t-1

$V_{A.t}$: سعر الورقة المالية في الزمن t .

D_{it} : قيمة التوزيعات السنوية المحققة خلال الفترة (t)

ويمكن تجاهل مقدار الحق الذي يخوله الأصل D_{it} حتى نبقي على نسق واحد بما يجعل عائد السهم وعائد السوق على أساس واحد، فيصبح : $R_{At} = \frac{V_{A,t} - V_{A,t-1}}{V_{A,t-1}}$

ويكون خط السمة محدد بالعلاقة : $R_A = \alpha + \beta R_M$

حيث : α : تمثل نقطة تقاطع محور العيينات مع خط السمة.

β : ميل خط السمة .

ويقيس β : التغير الحاصل في معدل العائد للورقة المالية A بفعل التغير في معدل عائد السوق، وعلى هذا الأساس يمكن اعتبار أن هذا الميل (العامل) مقياس مقبول لقياس المخاطر المنتظمة، ويكون بذلك معامل (β) مساويا معامل الانحدار (β) حيث :

$$= \frac{\text{التغير في عائد الورقة}}{\text{التغير في عائد السوق}} \qquad \beta = \frac{\Delta R_A}{\Delta R_M}$$

وبما أن النموذج (خط السمة) نموذج لانحدار خطي يسمح لنا بتفسير نسبة المخاطرة المنتظمة إلى المخاطر الكلية باستعمال معامل التحديد R^2 * لمعادلة خط السمة، في حين يمكن قياس المخاطرة غير المنتظمة بمعامل عدم التحديد والذي يساوي $(1-R^2)$.

4-II- العلاقة بين عائد الاستثمار ومخاطرته(نموذج تسعير الأصول الرأسمالية CAPM[†]، خط سوق الأوراق المالية SML[‡])

لقد قمنا لحد الساعة بتحديد كيفية قياس المخاطر المرتبطة بالاستثمارات الرأسمالية، ويبقى السؤال المطروح حول كيفية تحديد العلاقة بين درجة المخاطرة المرتبطة بالاستثمار ومعدل عائده المطلوب ؟

لذلك علينا تحديد النسبة التي يجب أن يرتفع بها معدل عائد الاستثمار (علاوة المخاطرة، أو مقابل المخاطرة Risk premium)، مقابل تنامي المخاطر التي يتحملها.

إن هناك علاقة طردية بين علاوة المخاطرة والمخاطرة المرتبطة باستثمار معين.

لحساب علاوة المخاطرة للاستثمار يتعين علينا في البداية حساب علاوة المخاطرة للسوق Market Risk Premium (RP_M).

معدل العائد الحالي من المخاطر (r_f) - معدل عائد محفظة السوق R(M)=علاوة مخاطرة السوق RP_M

أي :

$$RP_M = R_{(M)} - r_f$$

ويمكن أيضا تحديد علاوة المخاطرة للاستثمار (A) بالصيغة :

$$RP_A = \beta_A (RP_{(M)})$$

$$RP_A = \beta_A (R_{(M)} - r_f)$$

حيث : β_A : معامل بيتا للاستثمار (A)

$RP_{(M)}$: علاوة مخاطرة السوق.

r_f : معدل الفائدة الخالي من المخاطر

---

* إن الجزء المفسر يوضح مدى مساهمة المخاطرة المنتظمة في تحديد عائد الورقة المالية، والجزء غير المفسر (المخاطرة غير المنتظمة) يوضح الجزء الباقي من التغير الكلي (المخاطرة الكلية) .

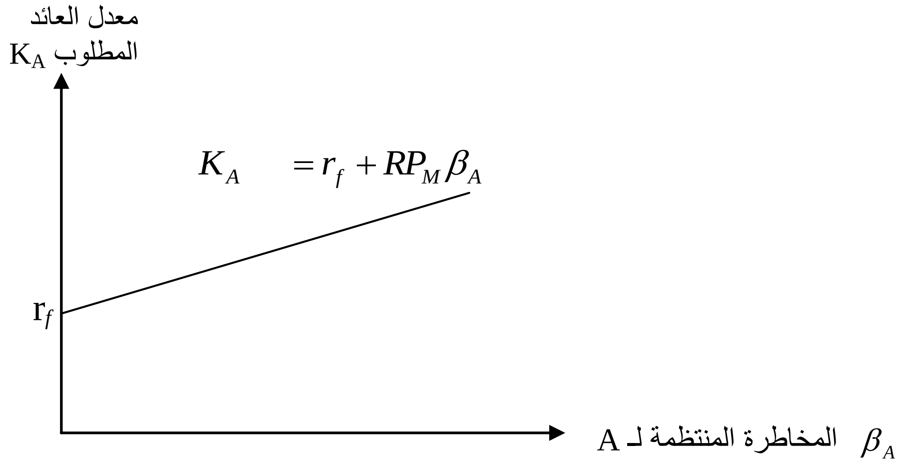
† -CAPM : Capital Assets Pricing Model

3 -S.M.L : Security Market Line

وبمعرفة علاوة المخاطر لمقترح استثماري A فإنه يمكن تحديد معدل عائده المطلوب K (معدل تكلفة رأس المال) كما يلي :

$$\begin{aligned} K_A &= r_f + RP_M \beta_A \\ &= r_f + \left(R_M - r_f\right)\beta_A \\ &= f\left(\beta_A\right) \end{aligned}$$

ويتضح من المعادلة السابقة بأنه كلما زاد معامل (β) للمقترح الاستثماري، كلما يرتفع أكثر معدل العائد المطلوب، ويمكن توضيح هذه العلاقة بالبيان الموالي :



بعد تفصيل العناصر المحددة للاقتراح الاستثماري المنفرد من عائد متوقع ومخاطرة مرتبطة به، ومدى تأثير أو علاقة معدل عائد الاستثمار بمعدل عائد السوق ككل، وكيفية قياس المخاطر الكلية، وآلية تحديد حجم المخاطر المنتظمة التي يصعب التحكم فيها عن طريق التنويع عكس المخاطر غير المنتظمة التي يمكن تجنبها عن طريق التنويع، وصولا في النهاية إلى تحديد معدل العائد المطلوب على الاقتراح الاستثمار الفردي، وسوق نوجه الاهتمام بعد ذلك إلى دراسة عناصر المحفظة المالية، من حيث العائد والمخاطرة وكيفية الوصول إلى تحديد المحفظة المثلى.

III - نظرية المحفظة المالية : La théorie de portefeuille :

يقصد بالمحفظة تشكيلة من الاستثمارات المختلفة التي يتولد عن كل منها عائد، ومخاطرة معينة، وتعد القيمة الكلية للعائد والمخاطرة لب اهتمام المستثمر وليس عائد، ومخاطرة كل اصل على حد.

وكما هو متعارف عليه بأن مسعي المستثمر موجه إلى تعظيم **العائد المتوقع** على استثماره في تشكيلة المحفظة المالية، ولكنه يواجه بقيد المخاطرة التي يسعى إلى تدنيتها إلى أدنى حد ممكن.

ولقد توصل العالم الاقتصادي ماركويتز Markowitz إلى مزج هذين المتغيرين في تحليل واحد (تحليل يربط العلاقة بين العائد والمخاطرة في نموذج واحد) وتمكن من تحديد المقدار الذي يمكن حيازته من كل ورقة مالية

عند تكوين المحفظة المالية، وكيف يمكن الوصول إلى تشكيل المحفظة المالية المثلى (أكبر عائد متوقع عند مستوى معين من المخاطرة، أو تحقيق أدنى مستوى معين من المخاطرة عند مستوى معين من العائد المتوقع).

III -1- عائد ومخاطرة المحفظة المالية :

إن حساب العائد المتوقع من حيازة المحفظة المالية يتوقف على مساهمة الاستثمارات الفردية, لكن على العكس من ذلك بالنسبة لمخاطر المحفظة, لان خطر محفظة الاستثمار لا يتوقف فقط على المخاطر التي تنطوي عليها الاستثمارات الفردية المكونة للمحفظة, بل يتوقف كذلك على أثر الاقتراح الاستثماري على المخاطر الكلية للمحفظة,بمعنى أن خطر محفظة الاستثمار يرتبط بمدى وطبيعة الارتباط بين التدفقات النقدية للاستثمارات التي تتكون منها المحفظة الاستثمارية.

يفترض للتبسيط بأن هناك نوعين من الأصول المكونة للمحفظة المالية, حيث معدل عائد كل منها R_B, R_A على التوالي. وتباين عائدها معرف بـ : δ_A^2 ، δ_B^2 على التوالي.

السؤال المطروح: كيف يمكن تحديد حجم الاستخدام الأمثل للثروة لشراء الأصول المكونة للمحفظة. أو بتعبير آخر تحديد نسبة التوظيف في كل أصل ضمن الحافظة.

لنفترض بأن: W_A الوزن النسبي للاستثمار في شراء الأصل A ضمن المحفظة.

W_B الوزن النسبي للاستثمار في شراء الأصل B ضمن المحفظة.

III -1- 1-العائد المتوقع للمحفظة المالية (R_p) :

إن قيمة العائد المتوقع لهذه المحفظة هو عبارة عن المجموع المرجح لمعدلات العائد المتوقعة لهذه الأصول.

$$R_p = W_A.E(R_A) + W_B E(R_B)$$

حيث : R_A ، R_B : متغيرين عشوائيين لمعدلات عائد الاستثمار في الأصلين A و B على الترتيب.

وبما أن المحفظة متكونة من أصلين فقد أي أن : $W_A + W_B = 1$ فإن : $W_A = 1 - W_B$

إذن : $R_P = (1 - W_B)E(R_A) + W_B E(R_B)$ = عائد المحفظة.

III -1- 2- كيفية قياس المخاطر الكلية للمحفظة :

يمكن قياس المخاطرة الكلية للمحفظة المتكونة من أصلين (A) و (B) عن طريق التباين Variance.

لنفترض أن : * WA : الوزن النسبي للاستثمار في الأصل (A)

* WB: الوزن النسبي للاستثمار في الأصل (B).

* δ_A^2 ، δ_B^2 : التباين المتعلق بمعدل عائد (A)و (B) على التوالي :

* معامل التغاير Covariance ، $Cov(R_A.R_B)$ لعوائد الأصلين A, B

إن قياس المخاطرة الكلية يعني مجموع متغيرين عشوائيين (y)و (z) حيث :

$$y = W_A R_A \qquad z = W_B . R_B$$

$$\begin{aligned}
VAR(Y+Z) &= E[Y+Z-E(Y+Z)]^2 \\
&= \mathrm{E}[(\mathrm{W_A} R_A + W_B R_B) - E(\mathrm{W_A} R_A + W_B R_B)]^2 \\
&= \mathrm{E}[\mathrm{W_A} R_A - \mathrm{W_A} E(R_A) + W_B R_B - W_B E(R_B)]^2 \\
&= \mathrm{E}[\mathrm{W_A}(R_A - E(R_A)) + W_B(R_B - E(R_B))]^2 \\
&= \mathrm{W_A^2} E[R_A - E(R_A)]^2 + 2W_A W_B E\{[R_A - E(R_A)][R_B - E(R_B)]\} + W_B^2 E[R_B - E(R_B)]^2
\end{aligned}$$

نعلم أن :

$$\delta^2 = E[R - E(R)]^2$$

إذن تصبح المعادلة أعلاه كما يلي :

$$VAR(Y+Z) = \delta_P^2 = W_A^2 \delta_A^2 + 2W_A W_B \delta_{(A,B)} + W_B^2 \delta_B^2$$

إذن تباين معدل عائد محفظة الاستثمار يساوي مجموع تباين معدلات العائد الفردية (لكل استثمار) زائد إثنان من معامل التغاير لمعدلي العائد على أن يرجح كل بوزنه النسبي.

نعلم أيضا أن معامل الارتباط

$$r(A,B) = \frac{\mathrm{cov}(A,B)}{\delta_A \delta_B}$$

إذن :

$$Cov(A,B) = r(A,B).\delta_A.\delta_B$$

وعليه تصبح المعادلة أعلاه :

$$VAR(Y+Z) = \delta_P^2 = W_A^2 \delta_A^2 + W_B^2 \delta_B^2 + 2\, W_A W_B\, \delta_A . \delta_B\, r(A,B).$$

* يفهم من هذه المعادلة أن حدوث معامل ارتباط سالب r(A.B) يعني أن التباين δ_P^2 سوف ينخفض، وهو ما يعني انخفاض تشتت العائد الكلي للمحفظة المالية.

أيضا كلما يكون معامل التشتت للاستثمارات المكونة للمحفظة ضعيف يعني ذلك أن التباين الكلي لعائد المحفظة سوف ينخفض هو الآخر.

ملاحظة : يمكن تعميم العلاقة السالفة للدلالة عن خطر محفظة الاستثمار في حالة استثمار جديد إلى الاستثمارات القديمة والتي يمكن كتابتها كما يلي :

$$\delta_p^2 = W_{Ph}^2 \delta_{Ph}^2 + W_{N\,N}^2 \delta_N^2 + 2(W_{Ph}\delta_{Ph})(W_N \delta_N)\ \mathrm{r}(\mathrm{ph}, \mathrm{N})$$

حيث :

W_{ph} : الوزن النسبي للمحفظة القديمة بالنسبة للمحفظة الحالية (إجمالي المبلغ المخصص من الثروة لحيازة هذه المحفظة).

WN: الوزن النسبي للاستثمار في الأصل الجديد بالنسبة للمحفظة الجديدة.

δ^{2}_{Ph} : تباين المحفظة القديمة قبل إدخال الأصل الجديد.

δ^{2}_{N} : تباين الأصل الجديد.

r(ph , N) : معامل الارتباط بين عائد المحفظة القديمة، وعائد الأصل الجديد.

نتائج :

III -1- 2-1- الحالة الأولى : أحد الأصلين عديم الخطر :

لنحاول أن نفترض بأن المحفظة الحالية السابقة تتكون من أصلين، الأصل (A) عديم الخطر، والأصل (B) متقلب العائد (مُخاطر) ويطلق عليه بالمجموعة الخطرة.

- بالنسبة لـ A تتوفر المعلومات التالية : معدل عائده $R_{(A)}$ يساوي معدل العائد الخالي من الخطر لان الأصل A خال من الخطر و تباينه : δ^2_A = 0

- بالنسبة لـ B يتوفر على المعلومات التالية : معدل عائده $R_{(B)}$: تباينه: δ^2_B يختلف عن الصفر

* فيكون معدل عائد المحفظة هو : $R_p = (1-W_B)R_{(A)} + W_B.R_{(B)}$

$$R_P = (1-W_B)r_f + W_B.R_B$$

* تباين المحفظة هو : $\delta^{2}_{P} = W_A^2\delta_A^2 + W_B^2\delta_B^2 + 2\,W_AW_B\ \delta_A.\,\delta_B\ r(A,B).$

بما أن δ^2_A = 0 فإن : $\delta_p^2 = W_B^2.\delta_B^2$

إذن : $\delta_p = W_B.\delta_B \Rightarrow W_B = \dfrac{\delta_p}{\delta_B}$

وبتعويض قيمة (W_B) في معادلة العائد للمحفظة نجد :

$$R_P = r_f + \left(R_B - r_f\right)\frac{\delta_P}{\delta_B}$$

إن يكون معدل عائد المحفظة : R_p :

$$R_P = r_f + \frac{\left(R_B - r_f\right)}{\delta_B}\delta_P$$

ويعرف المقدار $\left(\frac{r_B - r_f}{\delta_B}\right)$ بمعامل أو نسبة شارب *Sharpe* للأصل (B)

وتغطي هذه العلاقة العائد المنتظر الذي يضيفه الأصل (B) المقوم أو المقدر بوحدة خطر (B) أي بالانحراف المعياري لـ (δ_B)

فإذا كان المستثمر سيختار ما بين العديد من الأصول الخطرة فإنه من الواجب عليه أن يختار الأصل الذي تكون لديه نسبة شارب **الأعلى**.

III -1- 2-2- الحالة لثانية : كلا الأصلين خطرين ومرتبطين تماما بشكل موجب ($r_{(A.B)}=1$)

في هذه الحالة يكون :

* معدل العائد للمحفظة: $R_p = W_A R_{(A)} + W_B . R_{(B)}$

* التباين : $\delta_P^2 = W_A^2 \delta_A^2 + W_B^2 \delta_B^2 + 2 W_A W_B \, \delta_A . \delta_B \, r(A,B).$

وبما أن $r_{(A.B)} = 1$ فإن :

$$\delta_P^2 = W_A^2 \delta_A^2 + W_B^2 \delta_B^2 + 2 W_A W_B \, \delta_A . \delta_B$$

$$\delta_P^2 = (W_A \delta_A + W_B . \delta_B)^2$$

$$\delta_P = (W_A \delta_A + W_B . \delta_B)$$

نعلم أن : $W_A + W_B = 1$

إذن : $W_A = 1 - W_B$

و عليه تكون : $\delta_P = (1 - W_B)\delta_A + W_B . \delta_B$

يمكن الوصول إلى تكوين محفظة عديمة الخطر بالرغم من أنها تتكون من أصول مخاطرة أي:$(\delta_P = 0)$

و عليه يكون :

$$(1 - W_B)\delta_A + W_B . \delta_B = 0 \Rightarrow \begin{cases} W_B = -\dfrac{\delta_A}{\delta_B - \delta_A} \\ W_A = +\dfrac{\delta_B}{\delta_B - \delta_A} \end{cases}$$

إذن يمكن الوصول على محفظة عديمة الخطر بالرغم من أنها تتكون من أصول مخاطرة بحيث تكون مهيكلة على النحو التالي : $W_A = \dfrac{\delta_A}{\delta_B - \delta_A}$ و $W_B = \dfrac{-\delta_A}{\delta_B - \delta_A}$

والمحفظة المالية تكون عديمة الخطر يمكن الحصول عليها عن طريق شراء أصول مالية يكون تشتتها الأقل (أقل انحراف معياري) وبيع الأصول – عن طريق المكشوف – التي يكون تشتتها الأكبر .

- فإذا كان السوق في حالة توازن فإن العائد المنتظر للمحفظة يجب أن يكون مساويا لمعدل الفائدة عديم الخطر (r_f) لأن مخاطرة المحفظة تساوي الصفر .

- وإذا كان السوق في حالة اختلال فهنا يمكن إجراء عمليات تحكيم وتحقيق أرباح.

III -1- 2-3- الحالة الثالثة : الأصلين خطرين ومرتبطين ارتباطا تاما سالبا (r(A.B) = -1)

- في هذه الحالة يكون العائد : $R_p = W_A R_{(A)} + W_B . R_{(B)}$

- بالنسبة للتباين : $\delta_P^2 = W_A^2 \delta_A^2 + W_B^2 \delta_B^2 - 2 W_A W_B \, \delta_A . \delta_B \, r(A,B).$

$$\delta_P^2 = \left(W_A \delta_A - W_B . \delta_B\right)^2$$

إذن :

$$\delta_P = \begin{cases} +\left(W_A \delta_A - W_B . \delta_B\right) \\ -\left(W_A \delta_A - W_B . \delta_B\right) \end{cases}$$

فيمكن تكوين حافظة مالية عديمة الخطر ($\delta_p = 0$) وذلك بنسب مستثمرة في كل أصل مع الأصلين

بالمقدارين التاليين كما يلي : $W_A = \dfrac{\delta_B}{\delta_A + \delta_B}$ و $W_B = \dfrac{\delta_A}{\delta_A + \delta_B}$

- والعلاقة بين الخطر والعائد المنتظر للمحفظة المالية معطى بالعلاقتين :

$$R_p = R_A + \frac{R_B - R_A}{\delta_A + \delta_B}\left(\delta_P - \delta_A\right) \qquad \text{pour } \; W_A \rangle \frac{\delta_B}{\delta_A + \delta_B}$$

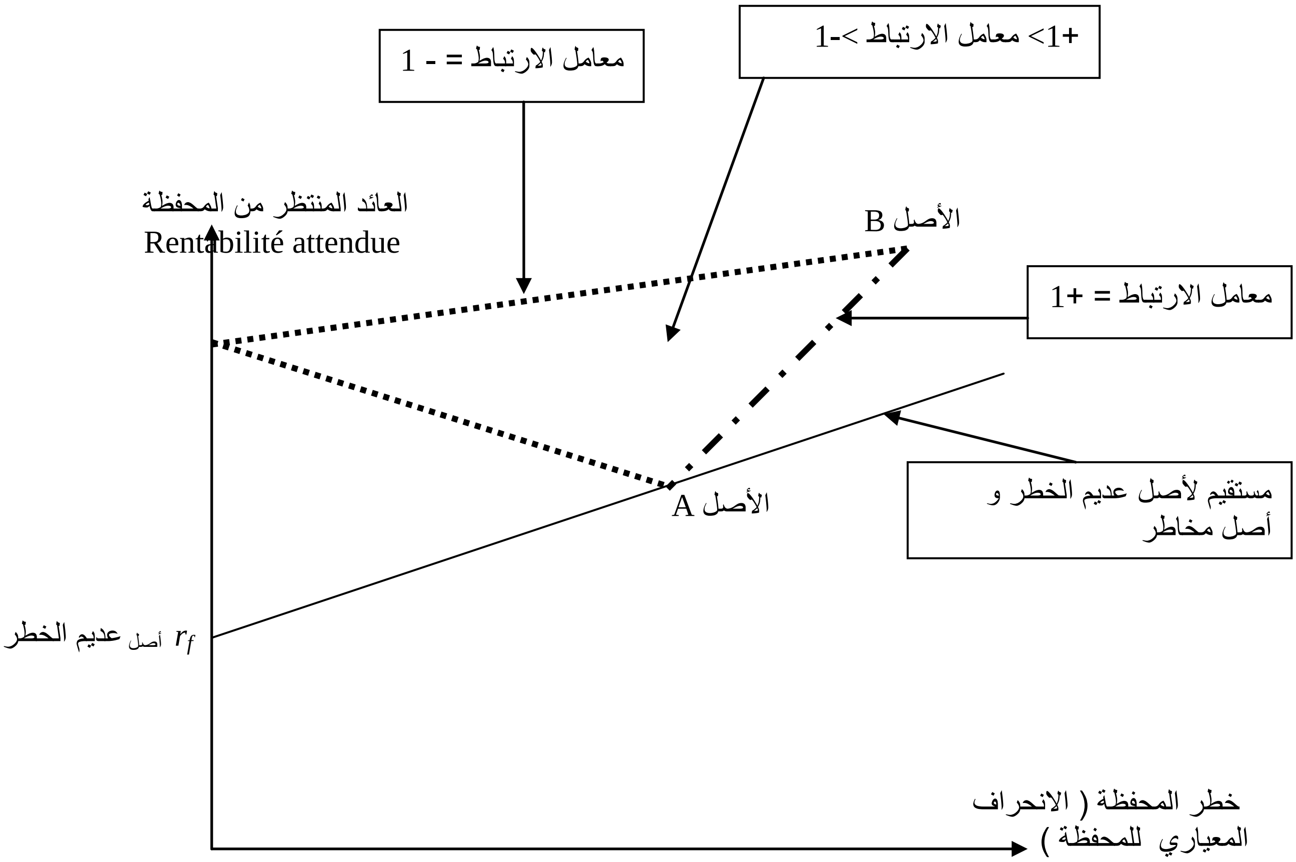
$$R_p = R_B + \frac{R_A - R_B}{\delta_B - \delta_A}\left(\delta_P - \delta_B\right) \qquad \text{pour } \; W_A \langle \frac{\delta_B}{\delta_A + \delta_B}$$

III -1- 2-4- الحالة الرابعة : حالة كون أن كلا الأصلين ليسا مرتبطين بشكل تام أي أن

$-1 < r\left(A,B\right) < 1$

إن العلاقة بين الخطر للحافظة والعائد المنتظر **غير خطية**

ويمكن توضيح الأوضاع الأربعة في الشكل التالي :



العلاقة بين خطر المحفظة و العائد المنتظر للمحفظة المتكونة من أصلين ماليين

III -1- 2-5- الحالة الخامسة حالة كون أن المحفظة مؤلفة من N أصل مالي :

سيكون عائد هذه المحفظة محدد بالعلاقة :

$$Rp = E(Rp) = E(W1R1 + W2R2 + ... + WiRi)$$
$$= \mathrm{W1}E(R1) + \mathrm{W2}E(R2) + \mathrm{W3}E(R3) + ... + \mathrm{W_N}E(R_N)$$
$$= \sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{N}} \mathrm{Wi}E(Ri)$$

و يكون خطر المحفظة معرف بالعلاقة :

$$\delta\ p^2 = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} WiWj\,\delta\, ij$$

حيث : $(\delta\, ij)$ معامل التغاير ما بين عائد الأصل i و عائد الأصل j

مثال : أحسب تباين المحفظة المتكونة من ثلاثة أصول مالية ؟

فافتراض أنه لدينا ثلاثة أصول مالية AT&T و SBC و VERIZON نرمز لها على التوالي 1 ،2 ،3

بمعلومية معامل التغاير $COV(1,2) = 0.02$ ، $COV(1,3) = 0.0.1$ ، $COV(2,3) = 0.0.05$ و تباين

الاصول الثلاث هو $\delta 1 = 0.04$ ، $\delta 2 = 0.06$ ، $\delta 3 = 0.09$

و الوزن النسبي لفي المحفظة هو $W1 = \frac{1}{3}$ ، $W2 = \frac{1}{6}$ ، $W3 = \frac{1}{2}$.

المطلوب حساب تباين المحفظة

من المعادلة أعلاه نجد :

$$\delta\, p^2 = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} WiWj\,\delta\, ij = \begin{bmatrix} W1W1\delta 11 + W1W2\delta 12 + W1W3\delta 13 + W2W1\delta 21 + W2W2\delta 22 + \\ W2W3\delta 23 + W3W1\delta 31 + W3W2\delta 32 + W3W3\delta 33 \end{bmatrix}$$

$$= \left[W1^2\delta 1^2 + W2^2\delta 2^2 + W3^2\delta 3^2\right] + 2 * \left[W1W2\delta 12 + W1W3\delta 13 + W2W3\delta 23\right]$$

ملاحظة :

1- عدد الحدود لمعادلة تباين المحفظة يساوي $\left(N^2 - N\right)$معامل تغاير و N تباين حيث Nعدد الأصول في المحفظة ففي مثالنا السابق نجد أن عدد الحدود = 6 معامل تغاير + 3 تباين =9 حدود

2- يلعب معامل التغاير دور بارز في تحديد قيمة تباين المحفظة

كما نلاحظ وجود حدود مكررة في معادلة تباين المحفظة و بالتالي يمكن كتابة هذه الأخيرة على النحو

$$\delta\,\mathrm{p}^2 = \sum_{i=1}^{N} Wi^2\delta\, i^2 + 2\sum_{\mathrm{j}<\mathrm{i}} WiWj\,\delta\, ij$$

أو على النحو $\delta\,\mathrm{p}^2 = \sum_{i=1}^{N} Wi^2\delta\, i^2 + \sum_{i}\ \sum_{\mathrm{j}\neq\mathrm{i}} WiWj\,\delta\, ij$

و باستخدام معامل الارتباط يمكن تحديد صيغة تباين المحفظة على النحو التالي :

$$\delta\,\mathrm{p}^2 = \sum_{i}^{N}\ \sum_{\mathrm{j}}^{N} WiWj\,\delta\, i\,\delta\, j\,\mathrm{r}(i,\, j)$$

III-1- 3- قياس خطر أصل مالي في المحفظة المالية

يمكن بناء بعض المحافظ التي تشكل محور انشغالنا (على سبيل المثال التي تحقق لنا أدنى المخاطر)عن طريق تحديد قيمة الوزن النسبي لكل أصل في المحفظة و أن خطر أصل ما في محفظة يقاس بمقدار مساهمته في تكوين خطر المحفظة و يمكن استخدام أسلوبين لقياس مقدار مخاطرة الأصل في مخاطرة المحفظة كما يلي :

1- المقياس المطلق : معامل التغاير للأصل i مع المحفظة p

2- المقياس النسبي β_{ip} معامل بيتا للأصل i بالنسبة للمحفظة p

1- بالنسبة للمقياس المطلق : فبالنسبة لأصل i فإن معامل تغاير عائد المحفظة مع عائد الأصل i عبارة عن محفظة يكون متوسطها مرجح لمعاملات التغاير لعوائد الأصول التي تتضمنها المحفظة مع عائد الأصل i كما يلي :

$$\delta\, ip = \sum_{j=1} Wj\, \delta\, ij$$

و ينتج من ذلك أن تباين المحفظة = المتوسط المرجح لمعاملات تغاير الأصول مع المحفظة

$$\delta\ p = \sum_{i=1}^{N} Wi\, \delta\, ip$$

و منه يمكننا تحديد عبارة تباين المحفظة المؤلفة من اصلين مخاطرين كما يلي :

$$\begin{aligned} \delta p^2 &= W1\delta 1p + W2\delta 2p \\ &= W1COV(1,p) + W2\,COV(2,p) \end{aligned}$$

تطبيقا للعلاقة السابقة نجد :

$$\begin{aligned} \delta\ p^2 &= W1(W1\delta_{11} + W2\delta_{12}) + W2(W1\delta_{21} + W2\delta_{22}) \\ &= W1(W1\delta^2{}_1 + W2\delta_{12}) + W2(W1\delta_{21} + W2\delta_2{}^2) \\ &= \mathrm{W}1^2\,\delta^2{}_1 + W2^2\,\delta_2{}^2 + 2\,W1W2\delta_{12} \end{aligned}$$

و هي نفس العلاقة التي توصلنا لها سابقا

إن تباين المحفظة يساوي المتوسط المرجح لمعاملات التغاير لكل أصل في المحفظة مع المحفظة ككل

هذه العلاقة يمكن تعميمها في حالة N أصل مالي في المحفظة .

2 - باستخدام المقياس النسبي β_{ip}

$$\beta_{ip} = \frac{COV(i,p)}{\delta_p^2} = \frac{\delta ip}{\delta_p^2}$$

حيث

يحدد δ ip مقدار مساهمة الأصل i في تكوين خطر المحفظة p ككل و بالتالي فهو يشكل مقياس لخطر الأصل في المحفظة

و المقدار β_{ip} هو معامل بيتا للأصل i بالنسبة للمحفظة p أو و معامل التغير للأصل i مع المحفظة مقسوما على تباين المحفظة :

- فإذا كان β_{ip} أكبر من الواحد فإن ذلك يعبر بأن خطر الأصل i اكبر من خطر المحفظة ككل (متوسط β_{ip}

$\sum_{i=1}^{N} Wi\beta_{i\,p}$ = 1=) و هنا نكون أمام تفسيرين لـ β:

- تعبر β عن التأثير الهامشي(الحدي) للأصل i على الخطر الإجمالي للمحفظة (مدى حساسية خطر المحفظة للتغير بفعل إدخال الأصل i إلى المحفظة)

فإذا كان لدينا محفظة p و أردنا تغيير تركيبتها جزئيا و فكرنا في إدخال الأصل i لها ،فما هي الشروط التي يغير فيها هذا الأصل خطر المحفظة ككل ؟

فإذا استثمرنا النسبة Wi في الأصل i ضمن المحفظة الجديدة و الباقي (1-Wi) في المحفظة القديمة p فإن خطر المحفظة يساوي $\delta\, p^2 = (1-\mathrm{Wi})^2\,\delta^2{}_1 + W\,i^2\delta_2{}^2 + 2(1\text{-}Wi)Wi\,\delta_{i\,p}$

و الهدف هو تدنية خطر المحفظة $\left(\delta\,\mathrm{p}^2\right)$ إلى أدنى حد ممكن و بذلك نقوم بإيجاد المشتقة الأولى لهذه الدالة بالنسبة لـ Wi ثم نوجد قيمة المشتقة عندما Wi=0 فتوصلنا

إلى :

$$\left.\frac{d\delta_p^2}{dWi}\right|_{Wi=0} = 2\left(\delta_{i\,p} - \delta_p^2\right)$$

و توضح هذه العلاقة بأن خطر المحفظة يرتفع و يزيد إذا وفقطت إذا كان $\delta_{i\,p} > \delta_p^2$ أو إذا كان بيتا للأصل i أكبر من الواحد($\beta_p = 1$) أي $\beta_{i\,p} > 1$

- تعبر β عن ميل مستقيم الانحدار فإذا افترضنا بأننا سنقدر معلمات مستقيم الانحدار $Ri = \hat{\alpha} + \hat{\beta}\,R_{\;p} + \varepsilon$ فإن ميل مستقيم الانحدار باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية سيعطي لنا

$$\beta_{i\,p} = \frac{\delta_{i\,p}}{\delta_p^2}$$

تدنية الخطر عن طريق التنويع

إذا افترضنا بأنه لدينا محفظة مالية مؤلفة من n أصل مالي مختلفة ، بحيث يكون لكل أصل الخصائص التالية -

لكل أصل نفس الترجيح $W\,i = \dfrac{1}{n}$

- لكل أصل نفس التشتت (δ)

- لكل أصل نفس معدل العائد R

- يرتبط كل أصل i مع أصل آخر j بنفس المقدار و بنفس الاتجاه بحيث $i \neq j$ أي تساوي معاملات الارتباط $r(i, j)$

بتطبيق العلاقات السابقة نجد أن :

عائد المحفظة :

$$R_p = \frac{1}{n}R1 + \frac{1}{n}R2 + ... + \frac{1}{n}Rn$$

$$R_p = \text{R}$$

مخاطرة المحفظة :

$$\delta_p^2 = \underbrace{\left[\left(\frac{1}{n}\right)^2 \delta_1^2 + \left(\frac{1}{n}\right)^2 \delta_2^2 + ... + \left(\frac{1}{n}\right)^2 \delta_n^2\right]}_{n \quad terme} + \underbrace{\left[2\frac{1}{n}\frac{1}{n}\delta_{12} + 2\frac{1}{n}\frac{1}{n}\delta_{13} + ...2\frac{1}{n}\frac{1}{n}\delta_{n\,\text{n-1}}\right]}_{\left(\frac{n^2-n}{2}\right) terme}$$

$$\delta_p^2 = \left[\left(\frac{1}{n}\right)^2 * n * \delta^2\right] + \left[\left(\frac{n^2 - n}{2}\right) * \left(\frac{1}{n}\right)^2 2 * \delta^2 R\right]$$

$$= \left(\frac{1}{n}\right)\delta^2 + \frac{n-1}{n}\delta^2 R$$

$$= \left(\frac{1}{n}\right)\delta^2 + \left(1 - \frac{1}{n}\right)\delta^2 R$$

$$\delta_p = \sqrt{\left(\frac{1}{n}\right)\delta^2 + \left(1 - \frac{1}{n}\right)\delta^2 R}$$

إذن يكون

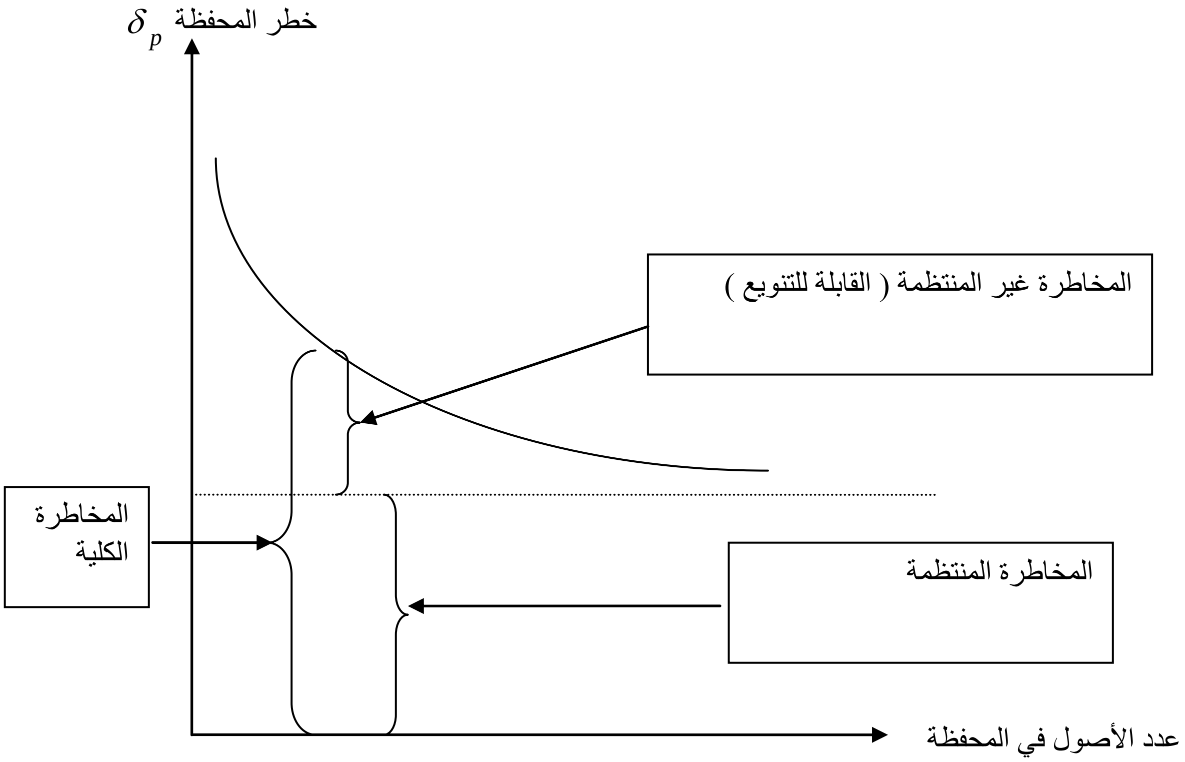
حيث $\delta^2 R$ هو مقدار COV ما بين ورقتين ماليتين

توضح لنا علاقة الانحراف المعياري بأنه عند زيادة عدد الأوراق المالية n في المحفظة المالية فإن الخطر الكلي للمحفظة(δ_p) سينخفض و لكن مع وجود حد دنيوي مقداره $\delta^2 R$ يظهر في هذه الدالة عندما يؤول n إلى ما لا نهاية أي :

$$n \xrightarrow{\lim \delta_p} +\infty = \sqrt{R\delta^2} = \sqrt{R}\ \delta$$

(اتجاه مقارب للدالة الممثلة لخطر المحفظة عندما يؤول n إلى ما لا نهاية)

إن مقدار هذه النهاية يعبر عن مقدار المخاطرة المنتظمة التي لا يمكن بأي حال من الأحوال تجنبها عن طريق فلسفة التنويع و هو ما يمكن تمثيله في الشكل الموالي :



تخفيض الخطر عن طريق التنويع

فمهما يكن عدد الأوراق المالية المكونة للمحفظة فإن هناك مستوى معين الخطر محدد ب $\delta\ \sqrt{R}$ أي الجذر التربيعي لمعامل التغاير $COV(i,j) = \sqrt{R\delta^2}$ ما بين الأصول و هو ادنى قيمة التي لا يمكن النزول على ما دونها .

خلاصة القول أنه يجب التمييز ما بين :

- الخطر الكلي للمحفظة المعرف بدلاة تشتتها
- الخطر المنتظم systématique أو العام الذي لا يمكن تجنبه بالتنويع
- الخطر غير المنتظم non systématique أو الخاص الذي يمكن تجنبه بالتنويع

I- مفهوم الحد الكفء :

يشكل مبدأ السيطرة المبدأ الأساسي لنظرية المحفظة المالية و يستند على فكرة :

- إذا تساوت العوائد المتوقعة بين أصبين أو اكثر فإننا سنختار الأصل ذو أقل مخاطرة

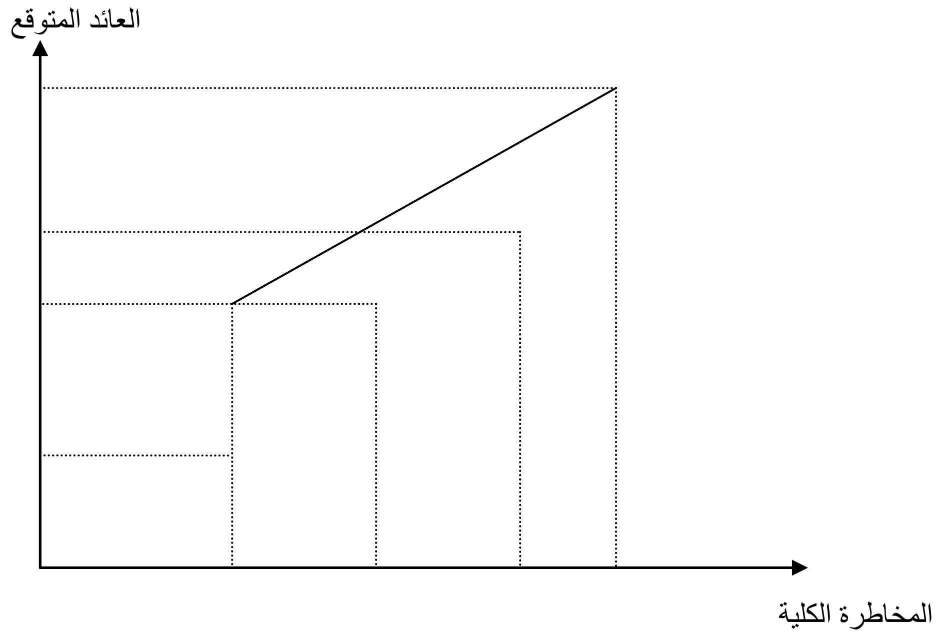
- إذا تعادلت مخاطر الأصول فإننا سنختار الأصل ذو أكبر عائد متوقع.

بالاعتماد على هذا المبدأ يمكن المفاضلة بين الاستثمارات التالية

المخاطر الكلية	العائد المتوقع	الأصل
3	7	A
4	7	B
15	15	C
3	3	D
12	8	E

و يمكن تمثيل الجدول في البيان :

الموالي :



فالبدائل (A) (C) (E), لا أحد منها يسطر على الآخر فلا يمكننا المفاضلة بينها .

و بإدخال فكرة محفظة متكونة من أصلين فقط ، يكمن تشكيل ثلاثة أنواع من المحافظ(E,C), (A,C),(A,E)

.

إن كل نقطة من الخط (AC) تعبر عن مستويات مختلفة من العائد و المخاطرة لتشكيلات مختلفة من الاستثمار في محفظة مؤلفة من الأصلين (A), (C) و نفس الكلام بالنسبة للمحافظ الأخرى (E,C), (A,E)

كما نلاحظ بالاعتماد على مبدأ السيطرة بأن المحفظة (A,C) تسيطر على كل المحافظ الأخرى (A,E),(E,C)و بالتالي يكون الاستثمار (E) غير جذاب مقارنة بـ A أو C و هذا ما لم نستطع اكتشافه باستخدام مبدأ السيطرة في المفاضلة بين الاستثمارات الفردية

بالنسبة للاستثمار (A)و (C) نجد بأن (C)أصل عالي الخطر و (A) أقل درجة مخاطرة و بالتالي تكون هيكلة المحفظة مرهونة بتفضيلات المستثمر فإذا كانت درجة ميله للمخاطرة كبيرة فإنه يرفع من (Wc) على حساب (WA) و العكس صحيح .

مثال : إذا كانت (Wc=12.5%), (WA=87.5%) فيكون :

$$Rp = W_A R_A + W_C R_C$$
$$= 0.875 * 0.07 + 0.125 * 0.15$$
$$= 0.08 = 8\%$$

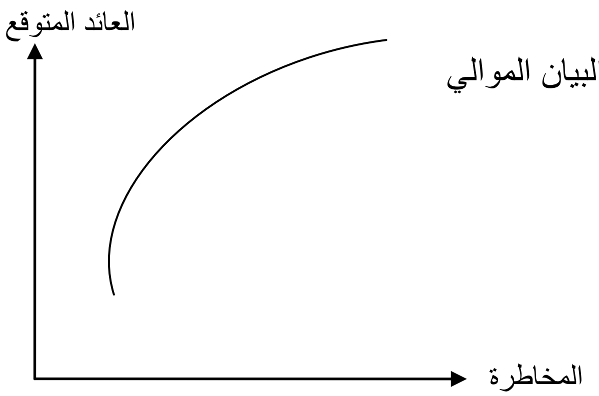
يمكن تمثيل المحفظة السابقة بالنقطة (Z) و التي تعطي لنا نفس عائد (E) و لكن بمخاطرة أقل و عليه تسيطر المحفظة (Z) على الأصل (E) و من ثم نجد بأن مسألة التنويع تسمح بتدنية مستوى الخطر

المحفظة الكفؤة : و تعرف بأنها تشكيلة من الأصول الاستثمارية الفردية التي تسيطر على أصول استثمارية فردية أو محافظ أخرى و بهذا يمكن القول بأن المحفظة الكفؤة هي المحفظة التي تتكون من استثمارات فردية مسيطرة ،أو تشكيلة من الاستثمارات الفردية التي تتعرض لمخاطر أقل مقارنة باستثمارات بديلة يتولد عنها نفس المستوى من العائد ، أو تشكيلة من الاستثمارات الفردية التي تدر عوائد أكبر مقارنة باستثمارات بديلة تتعرض لنفس المستوى من الخطر .

مـلاحظة : كل التشكيلات من المحفظة (A,C) تعبر عن محفظة كفؤة و يعرف المستقيم (AC) بالحد الكفؤ

- اختيار المحفظة الملائمة

إذا تم تمثيل الاستثمارات الفردية المتاحة في البيان الموالي



فيمكن تكوين العديد من المحافظ لكل منها عائد متوقع و خطر معين و المنطقة المظللة تعبر عن مختلف المحافظ التي يمكن تكوينها (المحافظ الممكنة)

السؤال : ما هي المحفظة التي يجب اختيارها من ضمن كل هذه المحافظ ؟

الإجابة: عن ذلك تقودنا إلى :

- تحديد مجموعة المحافظ الكفؤة .
- البحث عن المحفظة المتوافقة مع تفضيلات و رغبات المستثمر .

إن المحافظ الواقعة على الخط هي المحافظ الكفؤة و الحدود المرسومة في الشكل تحدد ما يعرف بالحد الكفء efficient frontier line

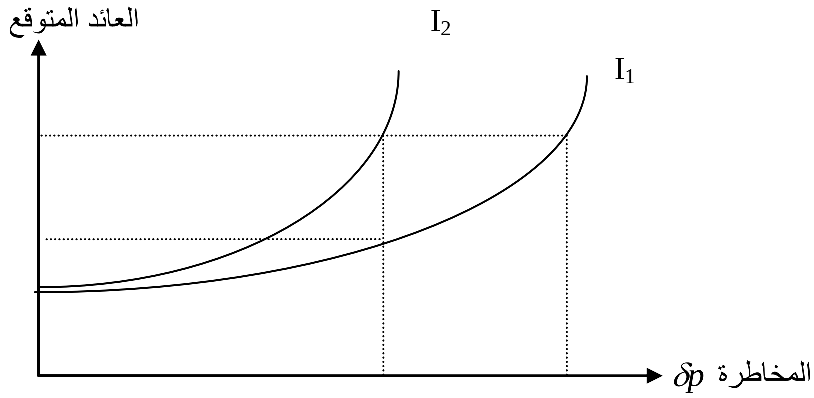
يمكن لهذا المستثمر أن يختار محفظة من بين التشكيلات الواقعة على الحد الكفء

المحفظة الكفؤة هي تلك المحفظة التي تحقق شروط مبدأ السيطرة أي تحقق أقصى عائد متوقع عند درجة معينة من الخطر ،أو هي تلك المحفظة التي تحقق أقل درجة خطر عند مستوى معين من العائد المتوقع

يجب أن نحدد منحنى السواء لتفضيلات المستثمر تجاه العائد و الخطر و المعبر عن دالة المبادلة بين العائد و الخطر من وجهة نظر المستثمر .

و يمكن تمثيل منحنى السواء للمستثمر (I_1) الذي يتكافأ عنده الحصول على عائد $E(Rp)=5\%$ و بدون خطر $(\delta p=0)$ مع عائد 7% و خطر 4 % .

أما المستثمر (I_2) فيستوي لديه أن يحقق عائد 5 % و خطر 0 % مع عائد 7 % و خطر 2%



منحنيات السواء للمستثمر

ملاحظة إن المستثمر (I_1) يطلب عائد أقل في مقابل زيادة تحمله المخاطر بينما يطلب المستثمر (I_2) عائد أكبر في مقابل زيادة تحمله للمخاطر (متشدد) في التعامل مع الخطر فمثلا عند مخاطرة 2% نجد ان (I_1) يطلب 5.5% بينما يطلب (I_2) 6.5% ، أي أن (I_1) يطلب علاوة مقابل الخطر (الفرق بين معدل العائد المطلوب و سعر الفائدة الخالي من الخطر)أقل من المستثمر (I_2)

ملاحظة :

لكل مستثمر العديد من منحنيات السواء التي يعبر كل واحد منها عن مستوى الرضا (المنفعة) الذي يحدث فيه مبادلة العائد بالخطر -

إن انتقال منحنيات السواء للمستثمر جهة اليمين يعني انخفاض مستوى المنفعة للمستثمر ،و انتقال منحنى السواء للمستثمر جهة اليسار يعني ارتفاع مستوى المنفعة للمستثمر

لكل مستثمر عدة منحنيات سواء تترجم مستوى الرضا (المنفعة) ،و يعبر ميل منحنى السواء على درجة مجابهة الخطر للمستثمر فإذا كان الميل يؤول إلى ما لا نهاية فإن المستثمر مخاطر جدا و إذا كان الميل معدوم

فإن المستثمر يرفض المخاطرة تماما ، في حين انه إذا كان الميل محصورا بين الصفر و ما لا نهاية فإن هناك عدة مستويات لمجابهة الخطر (زيادة طلب علاوة خطر أكبر مقارنة بمنحنى السواء الذي يكون ميله منخفض)

و يمكن التعبير عن الحالات الثلاث السابقة في البيان التالي

منحنيات السواء للمستثمر

ملاحظة : يمكن التعبير عن منحنى السواء بدالة المنفعة للمستثمر التي تعبر عن المبادلة بين العائد و الخطر $U(Rp, \delta p)$

المحفظة المثلى للمستثمر

يمكن الوصول إلى تحديد المحفظة المالية المثلى للمستثمر (I_1) و (I_2)من بين المحافظ الكفؤة التي تم تحديدها سابقا عن طريق تحديد نقطة التماس بين منحنى السواء للمستثمر و حدود الكفاءة (المحافظ الكفؤة) المذكورة سلفا محددة أعلى مستوى رضا للمستثمر .

بالنسبة لـ (I_1) نجد بأن أفضل محفظة هي المحفظة (L) حيث $L\left(E(R_L)=11\% \ , \ \delta_L=3.7\%\right)$

بالنسبة للمستثمر (I_2) أفضل محفظة هي المحفظة (K) حيث $L\left(E(R_K)=13\% \ , \ \delta_K=5\%\right)$

و نلاحظ أن (I_2) يحقق عائد أكبر من (I_1) لأن الأول يرضى بتحمل مخاطر أكبر عكس الثاني

تقييم آداء المحفظة المالية :

هناك عدة مقاييس يمكن الاعتماد عليها لتقييم آداء المحفظة

-مقياس شارب Sharpe (Sr)* و تعرف بعلاوة خطر المحفظة$(Rp-rf)$ نسبة على تشتت العائد (δp) أي :

$$SR=\frac{Rp-rf}{\delta p}$$

* - تحدد نسبة شارب العائد الاضافي الذي تحققه المحفظة المالية في مقابل كل وحدة مخاطر كلية في المحفظة س

حيث Rp العائد المتوقع للمحفظة rf سعر الفائدة الخالي من الخطر .

تهتم نسبة شارب بـ (δp) كمقياس للمخاطرة الكلية للمحفظة متضمنة المخاطر المنتظمة و غير المنتظمة

مثال

	المحفظة A	المحفظة B	المحفظةC	محفظة السوق	rf
العائد المتوقع	17.1	14.5	13	11	8.6
δi i	28.1	19.7	22.8	20.5	-
β i	1.2	0.92	1.4	1	-
SR	%30.2	%29.9	%19.3	%11.7	-

إن المحفظة A,B,C لها أداء أفضل من أداء محفظة السوق

ملاحظة:

- يتم استخدام (SR) لتقييم المحافظ المتكونة من الأصول ذات نفس الطبيعة (أسهم فقط أو سندات فقط)

- إن مقياس شارب قائم على استخدام (δp) كمقياس للمخاطرة الكلية في حين يشير بعض الباحثين إلى أن استخدام التنويع الجيد للمحافظ سيقود إلى القضاء على المخاطرة غير المنتظمة وتبقى فقط المخاطرة المنتظمة ،و لذلك يصبح استخدام المخاطرة الكلية عيب يشوب مقياس شارب ،و لذلك اتجهوا إلى استخدام معامل β للمحفظة و ليس الانحراف المعياري (δp) و هو ما استخدمه ترينور

نسبة ترينور *Trynor* (TR) :

استخدم ترينور معامل بيتا للمحفظة بدل الانحراف المعياري للمحفظة أين تصبح العلاقة :

$$TR = \frac{Rp - rf}{\beta i}$$

حيث $Rp - rf$ هي علاوة مخاطرة السوق و (βi) المخاطرة المنتظمة للمحفظة i

بالاعتماد على بيانات المثال السابق نجد أن $TR_A = 7.1\%,$ ، $TR_B = 6.4\%,$ ، $TR_C = 4.2\%,$ ، $TR_M = 2.4\%,$

فأداء المحافظ الثلاث A,B, C يفوق أداء محفظة السوق

نسبة جانسن *Jensen* ألفا (α) :

تعرف هذه النسبة بمعامل (α) ،و يعتمد على حساب الفرق بين مقدارين :

- العائد الاضافي التي تدره المحفظة $(Rp - rf)$س

- المقدار الثاني و الذي يساوي معامل بيتا للمحفظة مضروبا في علاوة مخاطرة السوق أي : $[\beta i(R_M - rf)]$

فيكون : $\alpha = (Rp - rf) + \beta i(R_M - rf)$

إن نسبة ألفا قد تكون سالبة و بالتالي تشير إلى الأداء السيئ للمحفظة و قد تكون موجبة و تشير على الأداء الجيد للمحفظة و قد تكون ألفا معدومة فيكون عائد المحفظة متوازنا مع عائد السوق

من المثال السابق يكون :

$$\alpha_A = (17.1 - 8.6) + 1.2(11 - 8.6) = 5.62\% > 0$$

$$\alpha_B = (14.5 - 8.6) - 0.92(11 - 8.6) = 3.69\% > 0$$

$$\alpha_C = (13 - 8.6) - 1.04(11 - 8.6) = 2.19\% > 0$$

فكل قيم ألفا موجبة للمحافظ الثلاث ،و هذا يدل على أن الأداء النسبي للمحافظ جيد